

Statistische Untersuchungen zur Aussagefähigkeit petrophysikalischer Messergebnisse über die Eigenschaften kieselig gebundener Sandsteine aus der Sächsischen Schweiz

Statistical investigations into the reliability of measured petrophysical results concerning material properties of siliceous sandstone from the Sächsische Schweiz

Siegfried Grunert

Lachenweg 8, D-01640 Coswig, Germany

Kurzfassung

Von 42 verschiedenen Sandsteinen aus den wichtigsten Steinbruchgebieten der Sächsischen Schweiz sind jeweils 30 technisch-physikalische Merkmale (z.B.: Druckfestigkeit, Permeabilität usw.) einheitlich gemessen worden. Mittels Varianzanalyse, Diskriminanzanalyse und Regressionsanalyse werden die Daten aufbereitet. Es wird aufgezeigt, welche Merkmale die Festigkeit und die Verwitterungsbeständigkeit widerspiegeln und welche Merkmale und Merkmalgruppen zueinander in mathematischer Beziehung stehen, es wird nachgewiesen, dass sich die von den Steinmetzen traditionell getroffene Einteilung der Sandsteine durch das Zusammenführen mehrerer Merkmale bestätigen lässt. Die Arbeit gibt einen breiten Einblick in die physikalischen Eigenschaften des Elbsandsteines und zeigt Anwendungsmöglichkeiten der mathematischen Statistik in der technischen Gesteinskunde auf.

Abstract

Standardised measurements have been made on 42 sandstone samples from the most important quarry sites in Sächsische Schweiz. Thirty technical and physical parameters (e.g., compressive strength, permeability etc.) have been measured. The statistical techniques that are applied to process the data are analysis of variance, discriminatory and regression analyses. It is shown which properties reflect strength and the resistance to weathering, and which individual properties or groups of properties are in a mathematical relationship to each other. As a result of the combination of several properties, it is proved that the traditional classification made by stone cutters can be confirmed. The paper provides extensive information about the physical properties of Elbe sandstone and it demonstrates the possible applications of mathematical statistics in the field of engineering petrography.

1. Zielstellung

Der Bauingenieur muss von den einzusetzenden Baustoffen die Festigkeit und das Verwitterungsverhalten kennen, um die statische Sicherheit und die Dauerbeständigkeit der Bauwerke berechnen bzw. abschätzen zu können. Prüfverfahren geben die erforderliche Information. Die tatsächliche Aussagefähigkeit der nach verschiedenen „klassischen“ Verfahren gewinnbaren Ergebnisse über das Verhalten der Gesteine unter den

komplex wirkenden Belastungen im Bauwerk ist – besonders hinsichtlich der Verwitterungsbeständigkeit – Anliegen der Untersuchung. Informationen zum Verwitterungsverhalten sind dadurch zu gewinnen, dass man Gesteine, deren technisch-physikalische Eigenschaften bekannt sind, in ihrem Verhalten unter Einbaubedingungen im Bauwerk beobachtet. Versuche dieser Art sind vom Institut für Denkmalpflege Dresden gemeinsam mit dem Institut für Mineralogie und Geologie der TU Dresden bereits 1953 in Angriff genommen worden (Grunert 1977a), und sie werden

noch fortgesetzt. Sie sind langwierig und aufwendig. Die Aussagefähigkeit der Prüfergebnisse zu testen bedarf auch anderer, davon unabhängiger Wege.

Die zu beantwortenden Fragen sind:

- Welche Prüfverfahren vermögen die Eigenschaften der Sandsteine eindeutig zu kennzeichnen?
- Ist es möglich, augenscheinlich unterschiedliche Sandsteine messtechnisch zu unterscheiden?
- Sind Prüfverfahren austauschfähig?
- Geben die Prüfergebnisse Einblick in die Verwitterungsdynamik?

Von den Sandsteinen aus den Steinbruchgebieten der Sächsischen Schweiz kann das Verhalten im Bauwerk in seinen Grundzügen als bekannt angenommen werden. Sie sollen als Eichmaß dienen, inwieweit durch die Messergebnisse der Prüfverfahren die Eigenschaften der Sandsteine widergespiegelt werden. Mit Verfahren der mathematischen Statistik soll die Relevanz der Prüfergebnisse untersucht werden.

Bereits in den fünfziger Jahren des nunmehr vorliegenden Jahrhunderts sind von uns am Institut für Mineralogie und Geologie der TU Dresden Messungen an Elbsandsteinen ausgeführt worden. Ab 1964 wurden die Sandsteine aus den damals betriebenen Steinbrüchen systematisch untersucht; und von 1966 an wurden auch die Sandsteine aus den wichtigsten stillliegenden Steinbrüchen in die Untersuchungen einbezogen. Dabei entstand ein Datenmaterial, das nicht nur regionale technisch-petrographische Informationen gab, sondern auch ideale Voraussetzungen für eine umfassende statistische Auswertung. Die Arbeiten wurden z. T. durch die Sandsteinindustrie finanziert, zum größeren Teil aber vom Ministerium für Hochschulwesen als Grundlagenforschung gefördert. Die Ergebnisse sind in Gutachten und Forschungsberichten niedergelegt und der Praxis zugänglich gemacht worden. Schließlich sind sie als geschlossene Arbeit, die den Sandstein der Sächsischen Schweiz als Naturressource in umfassender Weise behandelt, vorgelegt worden (Grunert 1983).

Um die Ergebnisse der Arbeit leichter erreichbar zu machen, wurden einzelne thematisch abgeschlossene Teile gesondert publiziert (Grunert 1978, 1986). Dank der Initiative der Mitarbeiter des Staatlichen Museums für Mineralogie und Geologie zu Dresden wollen wir nun den dritten Teil dieser Arbeit, der so

lange durch widrige Umstände im Schubkasten lag, der Öffentlichkeit übergeben. Wir wagen es, da methodische Untersuchungen dieser Art in der technischen Gesteinskunde nicht oft gemacht worden sind und auch Anwendungsbeispiele dieser Art für statistische Verfahren selten sind.

Beim Durcharbeiten des Textes für den Druck packte mich eine Faszination, die mir bei den Mühen der ersten Bearbeitung entgangen war: die wunderbare innere Logik, mit der uns die Mathematik bestätigt, was visuelle Beobachtungen und das Gefühl für die Materie errahnen lassen. Wenn es mir gelänge, einen Teil davon meine Leser miterleben zu lassen, dann hätte sich meine erneute Mühe und die der Leser gelohnt.

2. Allgemeine Grundlagen der petrophysikalischen Untersuchungen

2.1 Eigenschaften und Merkmale der Sandsteine aus der Sächsischen Schweiz

Die Eigenschaften der Gesteine werden durch die Reaktion gekennzeichnet, die sie in der Wechselwirkung zu ihrer Umwelt zeigen. Sie werden auf bestimmte Einflussfaktoren orientiert. Hohe oder niedrige Festigkeit bezeichnet ihr Verhalten gegenüber mechanischer Beanspruchung; Verwitterungsbeständigkeit ihr Verhalten gegenüber dem Angriff der Atmosphären; Bearbeitbarkeit ihr Verhalten bei bestimmten Bearbeitungsverfahren zur Formgebung der Werksteine. Die Eigenschaften werden durch einzelne oder mehrere Merkmale beschrieben. Unter Merkmalen verstehen wir die durch definierte Prüfverfahren gewonnenen Messergebnisse, wie „einachsige Würfeldruckfestigkeit“ oder „Rohdichte“.

Durch die Prüfverfahren werden entweder bestimmte, das Gestein kennzeichnende Größen gemessen oder Umwelteinflüsse nachgebildet und die Reaktion des Gesteins auf diese gemessen. Da die Merkmale von den Prüfbedingungen abhängig sind, können die Eigenschaften der Gesteine nicht vollständig durch die Merkmale beschrieben werden. Hirschwald

(1908, 1912) hatte bereits ein in sich geschlossenes System der Prüfung von Sandstein vorgelegt. In den 90 Jahren, die seit dem vergangen sind, haben sich die in der Baustoffprüfung eingesetzten Methoden weiter entwickelt; neue Verfahren sind hinzugekommen. Dennoch setzt diese Arbeit bewusst die Gedanken Hirschwalds fort und konzentriert sich auf die klassischen Prüfverfahren, da sie physikalisch definiert und eindeutig reproduzierbar sind.

Die in der Sächsischen Schweiz gewonnenen Sandsteine bezeichnet man als Elbsandstein. Seit Alters her werden sie in zwei Varietäten unterschieden : in den Postaer und in den Cottaer Sandstein. Die Bezeichnungen sind nach Orten in den Steinbruchgebieten gewählt, bei denen die Prototypen dieser Gesteine gebrochen worden sind bzw. noch heute gebrochen werden: Posta, heute ein Stadtteil von Pirna, und Cotta, ein Dorf südwestlich von Pirna. Aufgrund ihrer Eigenschaften ordnet man die Sandsteine entweder der einen oder der anderen Varietät zu. Handelsbezeichnungen wie Reinhardtsdorfer Sandstein oder Kirchleite-Sandstein sind als Untersetzung dieser Einteilung zu verstehen.

Die Varietät „Postaer Sandstein“ zeichnet sich durch eine hohe Festigkeit aus. Sie wurde deshalb früher in tragenden Bauteilen eingesetzt. Auch als Treppenstufen, Gehwegplatten und Prellsteine haben sich diese Sandsteine bewährt. Ihre Verwitterungsbeständigkeit ist hoch; das beweisen sie sowohl beim Einbau in stark wetterexponierten Bauteilen als auch an Stellen starker Durchfeuchtung. Krustenbildungen und Ausblühungen, die durch einen kapillarwasserbedingten Stofftransport verursacht werden, kommen auf ihnen nicht oder nahezu nicht vor. Dagegen patinieren sie in relativ kurzer Zeit schwarz. Sie sind schwer bearbeitbar. Das äußert sich bei der Maschinenbearbeitung in einem stärkeren Verschleiß der Werkzeuge, die manuelle Bearbeitung erfordert einen höheren Kraftaufwand, und die Herausarbeitung feingliedriger Formen ist nicht möglich. Bei grobkörnigen Sandsteinen dieser Varietät tritt mitunter auch eine mangelnde Kantenfestigkeit bei der Bearbeitung auf. Die Varietät „Cottaer Sandstein“ verfügt über eine geringere Festigkeit. Ihre Verwitterungsbeständigkeit ist gering; das gilt besonders dann, wenn die Gesteine aufsteigender Nässe ausgesetzt sind. Manche Gesteine dieser Varietät neigen zur Ausbildung von Krusten und Ausblühungen, wenn

sich ein Porenwasserstrom von der Hintermörtelung zur Außenfläche einstellen kann. An Hochbauten patinieren diese Gesteine silbergrau; das bedeutet, der helle Farbeindruck bleibt an Bauwerken aus diesen Gesteinen (normale Staubbelaugung in der städtischen Atmosphäre vorausgesetzt) erhalten. Die Gesteine zeichnen sich besonders durch eine gute Bearbeitbarkeit aus. Sie lassen sich problemlos sägen, fräsen und schleifen. Auch manuell lassen sie sich relativ leicht bearbeiten, wobei sie eine gute Kantenfestigkeit aufweisen, so dass aus ihnen die feingliedrigsten Bildhauerarbeiten gefertigt werden können.

Die Unterschiede in den Eigenschaften der beiden Sandsteinvarietäten führten dazu, dass Postaer Sandstein in früheren Zeiten vorzugsweise zu Werksteinen verarbeitet wurde, während der Cottaer Sandstein als Bildhauerstein genutzt wurde. Das schließt natürlich nicht aus, dass beim künstlerischen Gestalten auch Postaer Sandstein benutzt wird. Die Eigenschaften des Gesteins drücken sich jedoch auch in der Formgebung aus; denn während der Cottaer Sandstein das Herausmodellieren weicher, leicht anmutender Formen gestattet, führt die bildhauerische Bearbeitung des Postaer Sandsteins zu härteren, strengerer Formen. Obwohl die beiden Sandsteinvarietäten in sich recht erhebliche Unterschiede aufweisen können, ist eine Unterscheidung der beiden Varietäten aufgrund der genannten Eigenschaften dem Kundigen leicht.

Auch im mikroskopischen Bild unterscheiden sich die beiden Sandsteinvarietäten. Zwar besteht die Sandfraktion beider Sandsteinvarietäten fast ausnahmslos aus Quarz. Aber weniger die Korngröße der Sandfraktion ist ausschlaggebend für die Unterscheidung als das gesamte Korngefüge. Beim Postaer Sandstein bildet die Korngrößenverteilung ein geschlossenes Spektrum. Die Quarzkörner der Sandfraktion stehen in Kornbindung. Durch koachiales Wachsen bei der Diagenese sind sie punktuell miteinander verwachsen, ohne dass ein Bindemittel erkennbar ist. Zwischenmittel fehlt meist gänzlich (Abb.1). Beim Cottaer Sandstein stehen die Körner der Sandfraktion ebenfalls in Kornbindung und sind fest miteinander verwachsen. Die Kornwickel, z. T. auch die Porenräume zwischen den Körnern, sind mit pelitischem Material ausgefüllt, das sich hauptsächlich aus Schichtsilikaten zusammensetzt. Dieses Zwischenmittel nimmt an der Bindung des

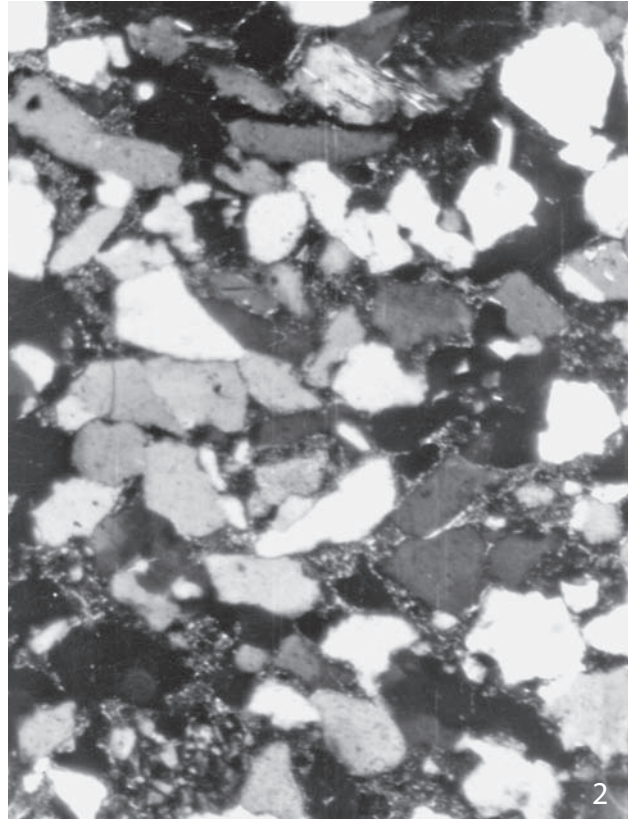
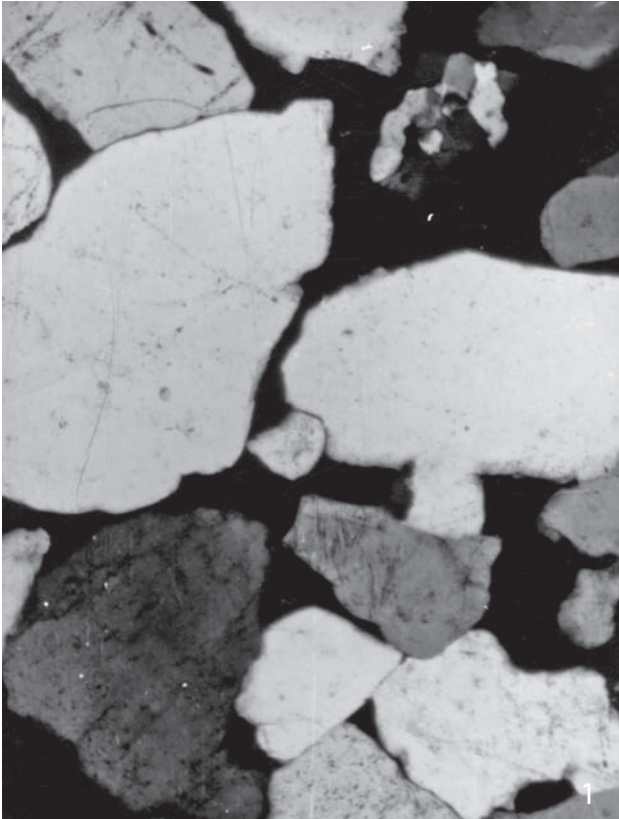


Abb. 1: Postaer Sandstein; „Eisenhaltige Bank“ aus dem Steinbruch Mühlleite bei Lohmen. Mikrofoto von einem Dünnschliff bei + Nic. Die Schmalseite des Bildes entspricht 0,85 mm. Aufnahme: Dr. H. Schneider.

Fig. 1: Posta sandstone; “Ferruginous stratum” from the quarry Mühlleite near Lohmen. Micro-photograph of thin section at +nic. The narrow end of the figure is 0.85 mm. Photograph taken by Dr. H. Schneider.

Abb. 2: Cottaer Sandstein; „Muschelbank“ aus dem Steinbruch Lohmgrund I bei Großcotta. Mikrofoto von einem Dünnschliff bei + Nic. Die Schmalseite des Bildes entspricht 0,85 mm. Aufnahme: Dr. H. Schneider.

Fig. 2: Cotta sandstone; “Shell bed” from the quarry Lohmgrund I near Großcotta. Microphotograph of thin section at +nic. The narrow end of the figure is 0.85 mm. Photograph taken by Dr. H. Schneider.

Sandsteines nicht unmittelbar teil, so dass es nicht richtig ist, beim Cottaer Sandstein von toniger Bindung zu sprechen (Abb. 2). Der Cottaer Sandstein ist ebenfalls kieselig gebunden.

Für die vorliegende Arbeit wurden an 42 Sandsteinproben jeweils 30 technisch-physikalische Merkmale bestimmt, von denen 29 in der Arbeit diskutiert werden. Jede Probe ist als einheitlicher Block an definierter Stelle aus dem Gesteinsverband entnommen worden (Grunert 1983, 1986). Bei der Entnahme wurde die Schichtung auf dem Block markiert. Die für die Messungen erforderlichen Prüfkörper wurden aus den Blöcken gefräst und sofort nach der Herstellung

gekennzeichnet. Da die Gesteinsproben keine grundlegenden Abweichungen in ihrem Mineralbestand aufweisen und die Messung der einzelnen Merkmale nach einheitlicher Methodik ausgeführt worden ist, liefern sie ein in sich geschlossenes Datenmaterial.

Durch Vergleich der gemessenen Merkmale mit den bekannten Verhaltensweisen der Gesteine am Bauwerk soll versucht werden, Informationen über die Repräsentanz der Prüfdaten für die Eigenschaften der Gesteine zu gewinnen. Gleichzeitig soll untersucht werden, ob sich die Aussagen einzelner Merkmale durch andere ausdrücken lassen. Zur Lösung der aufgeworfenen Fragen bieten sich die Methoden der mathematischen

Tab. 1: Legende der benutzten Symbole.

Tab. 1: Legend of symbols used.

| Symbol | Dimension | Erläuterung |
|----------------|----------------------------------|--|
| σ_{d1} | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Druckfestigkeit, trocken, Lasteintrag \perp Schichtung |
| σ_{d2} | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Druckfestigkeit, trocken, Lasteintrag \parallel Schichtung |
| σ'_{d1} | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Druckfestigkeit, wassergesättigt, Lasteintrag \perp Schichtung |
| σ'_{d2} | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Druckfestigkeit, wassergesättigt, Lasteintrag \parallel Schichtung |
| ρ_{b1} | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Biegezugfestigkeit Richtung 1, Bruchfläche \perp Schichtung |
| ρ_{b2} | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Biegezugfestigkeit Richtung 2, Bruchfläche \parallel Schichtung |
| v_1 | $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ | Longitudinalwellengeschwindigkeit, gemessen an Prismen, Richtung 1, \parallel Schichtung |
| v_2 | $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ | Longitudinalwellengeschwindigkeit, gemessen an Prismen, Richtung 2, \perp Schichtung |
| σ_x | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Spaltzugversuch, Zugfestigkeit |
| σ_y | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Spaltzugversuch, Druckfestigkeit |
| v_k | $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ | Longitudinalwellengeschwindigkeit, gemessen an Würfeln |
| ρ_1 | $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ | Rohdichte |
| ρ_2 | $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ | Reindichte |
| W_v | Vol.-% | Wasseraufnahme als Volumenzunahme |
| W_m | Masse-% | Wasseraufnahme als Massenzunahme |
| S | – | Sättigungsbeiwert |
| P | Vol.-% | wahre Porosität |
| K_r | $\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Masseverlust beim Kristallisationsversuch bezogen auf die Oberfläche |
| B | – | Kornbindung |
| B_k | mm | Kornbindungsgröße |
| Md | mm | Median der Korngrößenverteilung |
| Z | Masse-% | Korngrößenanteil $< 63 \mu\text{m}$ Korndurchmesser |
| So | – | Sortierung |
| si | Masse-% | SiO_2 – Anteil der chemischen Analyse |
| al | Masse-% | Al_2O_3 – Anteil der chemischen Analyse |
| h_k | mm | Kapillarer Anstieg |
| K | md | KLINKENBERG-Permeabilität (arithm. Mittel aus Messungen \perp u. \parallel Schichtung) |
| ξ_r | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Kornbindungsfestigkeit |
| c | $\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$ | Kohäsion (ermittelt aus Spaltzug- und Würfeldruckfestigkeit) |

Statistik an. Das Messprogramm wurde so ausgelegt, dass die Prüfergebnisse den Sandstein nach seiner Bearbeitbarkeit und technischen Eignung kennzeichnen. Dabei war in erster Linie an eine Verwendung des Steines im traditionellen Bauwesen und die dabei auftretende Belastung gedacht: Festigkeit und Verwitterungsbeständigkeit sollten durch messbare Merkmale beschrieben werden, um konkrete Aussagen für die Einsatzmöglichkeiten zu erarbeiten. Gleichzeitig wur-

de versucht, die von Hirschwald (1908, 1912) niedergelegten Gedanken zur Sandsteinprüfung mit den heutigen Mitteln umzusetzen. Durch die lange Tradition der Sandsteinindustrie in Sachsen sind die Eigenschaften des Elbsandsteines generell bekannt und viele Steinmetze aufgrund ihrer Erfahrungen in der Lage, die Eignung eines Sandsteines abzuschätzen; doch kommt es darauf an, diese Erfahrungen durch Messergebnisse zu begründen und die Aussagen der Messergebnisse an

den Erfahrungen zu „eichen“. Schließlich sollte versucht werden, die Eigenschaften der Sandsteine durch messbare Merkmale zu modellieren. Diese Überlegungen lassen insbesondere auch gefügebeschreibende Messungen in das Programm aufnehmen. Soweit wie möglich wurden standardisierte Prüfverfahren benutzt. Da die Messungen zwischen 1966 und 1970 durchgeführt worden sind, entsprechen sie zwangsläufig dem damals gültigen Standard. In einigen Fällen wurde im Interesse der Ergebnisse bewusst von den standardisierten Verfahren abgewichen. Auch fanden nichtstandardisierte Prüfverfahren Aufnahme in das Programm, wenn sie für die Beschreibung der Gesteine wertvolle Ergebnisse erwarten ließen. In Tabelle 1 sind die gemessenen Merkmale aufgelistet. Zur Dokumentation der Messungen werden die benutzten Prüfverfahren im folgenden Text knapp umrissen.

Druckfestigkeit, σ_d (Abb. 3): Die Druckfestigkeit der Sandsteine wurde als einachsige Würfeldruckfestigkeit nach TGL 11 363 Bl.3 (gültig ab Juni 1969) gemessen. Als Probekörper wurden Würfel von 50 mm Kantenlänge benutzt. Diese Größe hatte sich aus verschiedenen Gründen als günstig erwiesen: einmal garantiert sie die statistische Homogenität der Sandsteine entsprechend der auftretenden Korngrößenpektren, zum anderen hätten größere Versuchskörper bereits bei der Probenahme wesentlich größere Blöcke erfordert, wodurch die ohnehin schon problematischen Transportfragen besonders bei den auflässigen Brüchen kaum noch zu bewältigen gewesen wären. Außerdem war auch diese Größe für die mechanische Herstellung recht gut geeignet. Ein wichtiges Argument für diese Abmessung lieferten Untersuchungen von Palotas & Halasz (1963). Sie konnten durch Druckversuche an Betonwürfeln zeigen, dass bis zu einer Kantenlänge von 10 cm die Würfeldruckfestigkeit beim gleichen Material steil ansteigt; über 10 cm Kantenlänge wird sie wieder geringer, um schließlich ab 17 cm annähernd konstant zu bleiben. Diese Abhängigkeit ist durch die Reibung auf den Druckflächen bedingt. Nach dem von Palotas & Halasz (1963) veröffentlichten Diagramm entspricht die Druckfestigkeit bei 5 cm Kantenlänge etwa der Festigkeit, die auch an Würfeln mit mehr als 17 cm Kantenlänge auftritt. Für die vorliegenden Untersuchungen wurde die Druckfestigkeit bei Last-

eintragung senkrecht und parallel zur Schichtung an lufttrockenen und wassergesättigten Proben gemessen. Die Wassersättigung der Probenkörper erfolgte in der gleichen Weise wie bei der Bestimmung der Wasseraufnahme unter Normaldruck (DAMW-N25-217).

Biegezugfestigkeit, Q (Abb. 3): Für die Messung der Biegezugfestigkeit wurde der Standard TGL 11 363 Bl.4 (Juni 62 „Biegefestigkeit“) zugrunde gelegt. Die als Biegebalken belasteten Versuchskörper hatten die Abmessungen

- Länge = 20 cm
- Breite = 7,5 cm
- Höhe = 5 cm

Die Abmessungen ergaben sich aus der Prüfvorschrift unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Herstellungstechnologie, denn sie können aus 5 cm starken Platten geschnitten werden, die auch zur Herstellung der Probewürfel vorgefertigt worden sind. Die Lasteintragung erfolgte als Linienlast auf den aus Länge und Breite gebildeten Flächen so, dass der Bruch in der Mitte des Balkens senkrecht zur Längsrichtung erfolgte. Es wurden drei unterschiedlich zur Schichtung orientierte Probengruppen untersucht. Bei der ersten lag die Schichtung in der aus Länge und Breite gebildeten Ebene (Q_{b_1}), bei der zweiten in der aus Breite und Höhe gebildeten (Q_{b_2}) und bei der dritten in der aus Länge und Höhe (Q_{b_3}) gebildeten. Alle Messungen wurden an lufttrockenem Material durchgeführt.

Spaltzugfestigkeit, σ_x und Spaltdruckfestigkeit, σ_y (Abb. 3): Spaltzugfestigkeit (σ_x) und Spaltdruckfestigkeit (σ_y) haben bisher in den standardisierten Prüfverfahren der Natursteinindustrie keinen Niederschlag gefunden. Sie werden jedoch an Bedeutung gewinnen, denn Angaben über die Zugfestigkeit von Baustoffen werden immer stärker benötigt, und da die einachsige Zugfestigkeit an Natursteinen nicht leicht zu messen ist, kann sie in guter Annäherung durch die Spaltzugfestigkeit ersetzt werden.

Die vorliegenden Messungen wurden an Würfeln von 5 cm Kantenlänge mit der Zug- und Druck-Prüfmaschine (zMD) des VEB Werkstoffprüfmaschinen Leipzig gemessen. Die Lasteintragung erfolgte über zwei Stahlwalzen von 30 mm Durchmesser. Beide



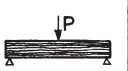
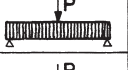
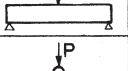
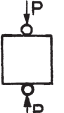
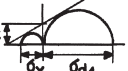
| Merkmale | Prinzip | Bestimmungsgleichung | Quelle |
|--|--|--|---|
| Druckfestigkeit trocken I wassergesättigt I |  | $\sigma_d = \frac{P}{F}$ | TGL 11363 Bl. 3 |
| trocken II wassergesättigt II |  | $[\text{kp}\cdot\text{cm}^{-2}]$ | |
| Biegezugfestigkeit Richtung 1 |  | $\rho = \frac{3Pl}{2bh^2}$ | TGL 11363 Bl. 4 |
| Richtung 2 |  | | |
| Richtung 3 |  | $[\text{kp}\cdot\text{cm}^{-2}]$ | |
| Spaltzugfestigkeit |  | $\sigma_x = 0,629 \frac{P}{a^2}$ | K.T. Sundara Raja Iyengar 1963 |
| Spaltdruckfestigkeit | | $\sigma_y = 1,924 \frac{P}{a^2}$ $[\text{kp}\cdot\text{cm}^{-2}]$ | |
| Kohäsion |  | $[\text{kp}\cdot\text{cm}^{-2}]$ | Mikeska, Vavra 1968 |

Abb. 3: Messung der statischen Merkmale.

Fig. 3: Measurement of static behaviour.

Walzen sind drehbar gelagert, die obere ist zuzüglich in der durch ihre Achse führenden vertikalen Ebene beweglich aufgehängt. Der Lastvorschub betrug 7 mm/min, das entspricht einer Lastzunahme pro Minute von ca. 4 kp/cm². Die Probekörper wurden so belastet, dass der Bruch senkrecht zur Schichtung erfolgte, d. h. die Zugspannung wirkte parallel zur Schichtung.

Für die Berechnung der beim Bruch in der belasteten Ebene auftretenden Zug- und Druckspannung benutzen wir die von Sundara Raja Iyengar, Chandranshekara & Krischnaswami (1963) aufgestellten Formeln, die sowohl praktisch als auch theoretisch gut fundiert sind (Grunert 1973).

Kohäsion, c (Abb. 3): Als zusätzliche Aussage wurde über die Konstruktion des Mohr'schen Spannungskreises aus der Spaltzugfestigkeit (σ_x) und der einachsigen Würfeldruckfestigkeit bei Belastung senkrecht zur Schichtung (σ_{d1}) ein Näherungswert für die Kohäsion ermittelt. Es wurden für diese Bestimmung bewusst zwei aus unterschiedlichen Messvorgängen gewonnene

Werte, bei denen aber die auftretenden Spannungen beim Bruchvorgang analoge Orientierung zu der Textur des Prüfgutes haben, zusammengeführt, um durch die Messung bedingte eventuelle Unregelmäßigkeiten der Ergebnisse auszugleichen.

Longitudinalwellengeschwindigkeit, v: Für die mikroseismischen Messungen stand das Ultraschall-Elastometer Type UEM 4 mit dem Ultraschall-Impulsgenerator Type USG 4 der Firma Rentsch, Pirna-Copitz/Sa. zur Verfügung. Alle Messungen wurden mit dem Ultraschallgeber UNG 2 mit der Frequenz 46 kHz durchgeführt. Die zu messenden Probekörper wurden in einer eigens dafür konstruierten Vorrichtung zwischen Geber und Empfänger gehalten. Als Ankoppelmasse bewährte sich ein Plasteklebstoff gut. Die Messungen wurden an Biegezugprismen durchgeführt. Die Prismen wurden in ihrer Längsrichtung durchschallt. Durch die verschiedenen Orientierungen der Biegezug-Prismen war es möglich, Schallgeschwindigkeiten senkrecht (v_1) und parallel (v_2) zur Schichtung zu erhalten. Als zuzügliche Information wurde an den Würfeln für den Spaltzugversuch vor der Belastung die Schallgeschwindigkeit (v_k) senkrecht zur künftigen Bruchfläche, also parallel zur Schichtung, gemessen.

Merkmale der Gefügeeigenschaften

Korngrößenverteilung, Md, So, Z: Die Korngrößenverteilung wurde durch Prüfsiebung bestimmt. Es stand dafür eine Siebmaschine vom VEB Imlabor zur Verfügung. Durch Versuche war als günstigste Siebbeschleunigung 25 m/s² bestimmt worden. Für die Siebanalyse wurde von jeder Probe ein Stück ausgewählt, dessen Gefüge für die Probe repräsentativ war. Dieses Stück wurde unter der Prüfpresse vorsichtig zerdrückt und anschließend bis zur Trennung der Einzelkörner sorgfältig im Holzmörser aufbereitet. Um Entmischungen auszuschalten, wurde das gesamte aufbereitete Gut der Siebanalyse unterworfen. Nach der maschinellen Siebung erfolgte noch eine Nachreinigung der einzelnen Fraktionen, indem der Siebrückstand auf den Prüfsieben noch einmal durchgepinselt wurde.

Für die Auswertung der Siebanalyse wurden die Korngrößenverteilungen im Wahrscheinlichkeitsnetz

| Merkmal | | Bestimmungsgleichung | Quelle |
|---------------------------------|----------|--|--------------------------------|
| Rohdichte | ρ_1 | $\rho_1 = \frac{m_{tr}}{V} \quad [g \cdot cm^{-3}]$ m_{tr} : Trockenmasse V : Volumen | TGL 11363 |
| Reindichte | ρ_2 | $\rho_2 = \frac{m_F}{V_F} \quad [g \cdot cm^{-3}]$ m_F : Masse des Feststoffes V_F : Volumen des Feststoffes | |
| Wahre Porosität | P | $P = (1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}) \cdot 100 \quad [\%]$ | |
| Wasseraufnahme als Massezunahme | W_m | $W_m = \frac{m_s - m_{tr}}{m_{tr}} \cdot 100 \quad [\%]$ m_{tr} : Trockenmasse m_s : Masse nach Eintritt der Wassersättigung | DAMW-N 25-217 Gruppe 250 |
| als Volumenzunahme | W_v | $W_v = \rho_1 \cdot \frac{m_s - m_{tr}}{m_{tr}} \cdot 100 \quad [\%]$ | |
| Sättigungsbeiwert | S | $S = \frac{W_m}{W_{km}}$ W_{km} : Massezunahme in kochendem Wasser | |

Abb. 4: Bestimmung der Merkmale des Porengefüges.

Fig. 4: Determination of the pore structure characteristics.

mit logarithmischer Abszissentheilung als Summenkurve aufgetragen und daraus die Korngrößenkennzahlen Q_1 , M_d und Q_3 entnommen, die bei den Ordinaten-Werten 25, 50 und 75 Masse-% der Summenkurve als zugehörige Abszissen-Werte in mm abgelesen werden. Die Sortierung errechnet sich als Quadratwurzel aus dem Quotient von Q_3 und Q_1 ($S_o = \sqrt{Q_3 / Q_1}$) (Trask 1932 zit. bei Pettijohn 1957). Als weitere Kennzahl wird der Siebdurchgang kleiner 0,063 mm (Z) in Masse-% angegeben.

Reindichte, ρ_2 (Abb.4): Die Messung der Reindichte erfolgte nach der Pyknometermethode. Im Pyknometer mit 20 ml Fassungsvermögen wurden 2 g grob pulverisierter Substanz eingewogen und anschließend mit destilliertem Wasser so langsam aufgefüllt, dass die Probe gleichmäßig benetzt wird und keine größeren Luftblasen eingeschlossen werden. Danach evakuierten wir die zur Hälfte aufgefüllten Pyknometer auf ca. -0,65 kp/cm² 20 min lang. Anschließend wurden die Pyknometer aufgefüllt und nochmals 10 min evakuiert. Die

Probensubstanz setzte sich in der Zwischenzeit ab, sodass nur noch klares Wasser überstand. Nach dem zweiten Evakuieren war die Substanz entlüftet. Die Pyknometer wurden dann in einem Thermostatengefäß auf 20 °C temperiert. Aus dem Thermostatengefäß wurden die Pyknometer einzeln entnommen, der Kapillarstopfen aufgesetzt und sofort auf der Analysenwaage gewogen. Die Reindichte errechnet sich dann aus der Masse des leeren Pyknometers, des mit Wasser gefüllten, des mit Substanz gefüllten und des mit Substanz und Wasser gefüllten Pyknometers. Nach der geschilderten Methode, die sich auf umfangreiche Vorversuche und Vergleichsmessungen stützt, konnten sehr gut reproduzierbare Ergebnisse erzielt werden. Wie Vorversuche gezeigt haben, ist die Entlüftung der mit Wasser durchtränkten Substanzen, die das Kernproblem dieser Messmethode darstellt, durch Evakuieren leichter und gründlicher zu erzielen als durch Kochen oder Zentrifugieren.

Rohdichte, ρ_1 (Abb. 4): Zur Messung der Rohdichte wurden die für die Bestimmung der Wasseraufnahme getränkten Probewürfel benutzt. Das Volumen dieser Probewürfel wurde nach dem Archimedischen Prinzip bestimmt, indem das Gewicht des mit Wasser getränkten Probewürfels bei Wägung in Luft und Wägung unter Wasser bestimmt wurde. Anschließend wurden die Probekörper getrocknet und durch Wägung die Trockenmasse bestimmt. Die auf diese Weise gemessene Rohdichte korrespondiert unmittelbar mit der „Wasseraufnahme als Massezunahme“ (W_m), was sich auf die Aussagefähigkeit der „Wasseraufnahme als Volumenzunahme“ günstig auswirkt.

Wahre Porosität, P (Abb. 4): Die „wahre Porosität“ errechnet sich nach der auf der Tafel angegebenen Formel.

Wasseraufnahme, W_m , W_v und Sättigungsbeiwert, S (Abb. 4): Der Messung der Wasseraufnahme legten wir die DAMW-N 25-217 zugrunde. Die Messungen wurden an Würfeln von 5 cm Kantenlänge ausgeführt. Man lagert die Würfel in der ersten Stunde zu etwa 1/1 ihrer Höhe in Wasser ein, füllt in der zweiten Stunde bis zur Hälfte der Höhe auf, danach bis auf 3/4 der Höhe. 22 Stunden nach der Einlagerung setzt man sie voll-

ständig unter Wasser. 24 Stunden nach der Einlagerung erfolgt die erste Wägung. Die Proben werden dann weiter unter Wasser gelagert und die Wägung alle 24 Stunden wiederholt bis Massekonstanz eingetreten ist. Man erhält so einen Wert für die maximale Wasseraufnahme unter Normalbedingungen (W_m).

Durch das langsame Auffüllen des Wassers bei der Wasserlagerung wird erreicht, dass sich die Probekörper durch das kapillar aufsteigende Wasser sättigen und in ihrem Inneren keine Luftblasen eingeschlossen werden. Die gesättigten Proben werden bei vollständiger Wasserbedeckung gekocht und wieder abgekühlt. Durch erneute Wägung erhält man in der „Wasseraufnahme nach Kochen“ einen Wert für die maximale Sättigung des Probenraumes.

Die Formeln für die Berechnung der Wasseraufnahme als Massezunahme (W_m) und als Volumenzunahme (W_v) enthält Abb.4.

Der Sättigungsbeiwert (S) wird aus der Massezunahme bei Wasseraufnahme unter Normalbedingungen und beim Kochen berechnet. Er ist eine Maßzahl für den bei normaler Wassersättigung freibleibenden offenen Porenraum.

Permeabilität, k (Abb. 5): Für die Messung der Permeabilität an Festgesteinen gibt es noch kein standardisiertes Verfahren. Es wurde eine Apparatur benutzt, die speziell für diese Untersuchungen entwickelt und gebaut worden war (Grunert 1977b, 1977c). In dieser Apparatur wird eine zylindrische Probe von 30 mm Durchmesser und 30 mm Länge in einer durch Druckluft angepressten Manschette dicht gehalten. Das Messgas durchströmt die Probe mit definiertem Gefälle in axialer Richtung. Dabei wird die Gasmenge gemessen, die in der Zeiteinheit die Probe durchströmt. Die Messung wird bei gleichbleibender Druckdifferenz – aber unterschiedlicher Druckhöhe – mehrfach wiederholt und aus den einzelnen Messergebnissen jeweils die spezifische Permeabilität (k) nach der in Abb. 5 angegebenen Formel berechnet. Trägt man die Werte für die spezifische Permeabilität über dem reziproken Wert des mittleren Druckes (P_m) auf, dann erhält man Punkte, die durch eine Gerade verbunden werden können. Verlängert man diese Gerade bis zu dem Abszissenwert $1/P_m = 0$, dann kann an dieser Stelle auf der Ordinate ein Wert abgelesen werden, der nach

| Merkmal | | Bestimmungsgleichung/Skizze | |
|---------------------------|-------|---|--|
| Permeabilität | k | $k = \frac{Q \cdot L \cdot \eta}{F \cdot (P_1 - P_2)}$ $1 \text{ cm}^2 = 1,01325 \cdot 10^8 \text{ Darcy}$ <p> Q : Durchsatz L : Länge des durchströmten Probekörpers F : durchströmter Querschnitt P_1 : statischer Druck am Anfang des Weges der Sickerströmung P_2 : statischer Druck am Ende des Weges der Sickerströmung η : dynamische Zähigkeit Quelle: Grunert 1968 </p> | $[\text{cm}^2]$ $[\text{d}]$ $[\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$ $[\text{cm}]$ $[\text{cm}^2]$ $[\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}]$ $[\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}]$ $[\text{P}]$ |
| Klinkenberg-permeabilität | k_k | <p> $P_m = \frac{P_1 + P_2}{2}$ </p> | |
| Kapillarer Anstieg | h_k | <p>Quelle: Walz, K. in Graf, O. (Herausgeber) 1957</p> | |

Abb. 5: Messung der Permeabilität und des kapillaren Anstieges.

Fig. 5: Measurement of permeability and capillary rise.

Klinkenberg der Permeabilität für Flüssigkeiten entspricht. Er wird als Klinkenberg-Permeabilität oder flüssigkeitsäquivalente Permeabilität (k_k) bezeichnet. Für die hier wiedergegebenen Messungen wurde als Messgas Luft benutzt. Die Differenz zwischen dem Druck am Beginn und am Ende der Sickerströmung lag bei $0,3 \text{ kp/cm}^2$. Die Werte der Klinkenbergpermeabilität wurden jeweils aus mindestens drei Messergebnissen der spezifischen Permeabilität ermittelt. Als Rechenwert für die statistische Auswertung wurde aus der senkrecht und parallel zur Schichtung gemessenen Klinkenbergpermeabilität das arithmetische Mittel gebildet (K).

Kapillarer Anstieg, h_k (Abb. 5): Um den kapillaren Anstieg (h_k) von Wasser zu messen, wurden quadratische Prismen des zu untersuchenden Gesteins von

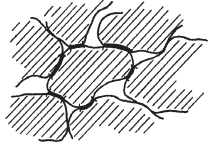
| | | |
|-------------------------|------------|---|
| Bindungsmaß | B_m |  |
| Bindungszahl | B_z | |
| | | B_m : Anteil der Berührungsstrecken zum gesamten Kornumfang B_z : Anzahl der Kontaktstellen je Korn Quelle : Hirschwald, 1908 |
| Kornbindung | B | $B = \frac{B_m}{B_z}$ |
| Kornbindungsgröße | B_k | $B_k = B \cdot M_d$ [mm] |
| Spaltzugfestigkeit | σ_x | |
| Kornbindungsfläche | f | f : Kornbindungsflächen in Abhängigkeit vom Porositätskoeffizienten P |
| Kornbindungsfestigkeit | ξ_r | $\xi_r = \frac{\sigma_x \cdot 100}{f}$ [kp·cm ²] Quelle : Hirschwald, 1908 |
| Kristallisationsversuch | K_r | $K_r = \frac{\text{Gewichtsverlust}}{\text{Oberfläche}}$ [g·cm ²] Quelle : DIN 52111 Sept. 1942 |

Abb. 6: Bestimmung der Gefügemerkmale zur Kennzeichnung der Festigkeit des Kornverbundes; Auswertung des Kristallisationsversuches.

Fig. 6: Analysis of structure characteristics to determine the grain-bond strength; evaluation of the crystallisation test.

5 cm Seitenlänge und mindestens 40 cm Höhe 1 cm tief in destilliertes Wasser eingetaucht und der über den Wasserspiegel aufsteigende Feuchtigkeitssaum in Abhängigkeit von der Zeit beobachtet (Walz 1957). Das Kapillarwasser steigt zunächst relativ rasch an, um nach einigen Stunden – in manchen Proben auch erst nach Tagen – einen Maximalwert zu erreichen. Dieser Maximalwert wurde hier als kapillarer Anstieg registriert. Bei den untersuchten Proben zeichnete sich der durchfeuchtete Bereich mit deutlich dunklerer Färbung von dem trockenen ab, so dass zusätzliche Messeinrichtungen für die Abgrenzung des Kapillar-saumes nicht erforderlich waren.

Kornbindung, B , Bindungszahl, B_z , Bindungsmaß, B_m , Kornbindungsgröße, B_k (Abb. 6): Die Bestimmung von Bindungszahl (B_z) und Bindungsmaß (B_m) als die Festigkeitseigenschaften kennzeichnende Ge-

fügemerkmale geht auf Hirschwald (1912) zurück. Die Untersuchung erfolgte an Dünnschliffen unter dem Mikroskop. „Unter Bindungszahl ist die Anzahl der Körner zu verstehen, welche mit jedem einzelnen Korn in der Ebene des Schliffes verbunden erscheint, unter Bindungsmaß der Quotient aus dem Kornumfang und der Summe derjenigen Teile desselben, welche mit den anlagernden Körnern verwachsen sind“ (Hirschwald 1912: 184). Für die hier vorgelegten Ergebnisse wurden pro Probe siebzig Körner in einem Dünnschliff unter dem Mikroskop vermessen. Die Messungen erfolgten mit einem Netzokular. Aus den an den Einzelkörnern gewonnenen Messwerten für die Bindungszahl und das Bindungsmaß wurden die arithmetischen Mittel gebildet, die als (B_z) und (B_m) weiter bearbeitet worden sind. Für die weitere Auswertung dieser Untersuchungen wurde aus den Mittelwerten die Kornbindung (B) als Quotient aus Bindungsmaß und Bindungszahl berechnet. Durch Multiplikation der Kornbindung mit dem Median der Korngrößenverteilung erhält man eine weitere Kennzahl, die hier als Kornbindungsgröße (B_k) bezeichnet wird (Grunert 1983).

Kornbindungsfestigkeit, ξ (Abb. 6): Unter der Kornbindungsfestigkeit versteht man die Zugfestigkeit bezogen auf die Bruchfläche, ohne den Anteil der Bruchfläche, der durch Poren läuft. Sie ist damit eine Maßzahl für den Haftverbund der Körner des Gesteins untereinander. Die Größe der Kornbindungsflächen poröser Gesteine berechnet Hirschwald (1908, 1912) aus dem in Volumenprozent angegebenen Porenanteil (Porositätskoeffizient nach Hirschwald) über einen aus dem Modell der Kugelpackung hergeleiteten theoretischen Ansatz. Diese Werte liegen für die in klastischen Sedimenten möglichen Porositätskoeffizienten tabelliert vor (Hirschwald 1912, S. 189). Es handelt sich also in der Kornbindungsfestigkeit um eine abgeleitete Größe. Sie wurde hier berechnet aus der Spaltzugfestigkeit σ_x und der „wahren Porosität“ P (diese entspricht dem Porositätskoeffizienten nach Hirschwald) unter Benutzung obengenannter Tabelle von Hirschwald.

Masseverlust beim Kristallisationsversuch, K_r (Abb. 6): Dieses Prüfverfahren beruht auf der Sprengwirkung, die im Porenraum eines Gesteins auskristallisiertes

wasserfreies Natriumsulfat (Thenardit, Na_2SO_4) bei der Umkristallisation zum kristallwasserhaltigen Natriumsulfat (Glaubersalz, $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$) auf die Porenwandungen ausübt. Es wurde nach der DIN-Vorschrift 52111, Sept. 1942, gearbeitet: Drei Versuchskörper (Würfel mit 5 cm Kantenlänge) von jeder Probe werden unter Beachtung der kapillaren Tränkung zunächst 20 Stunden vollständig in eine Natriumsulfatlösung (670 g $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10 \text{H}_2\text{O}$ auf 1 Liter Wasser) eingelagert und anschließend bei 105 °C getrocknet. Nach der Trocknung lagert man die Proben erneut in die Natriumsulfatlösung ein. Dabei wandelt sich das im Porenraum als Thenardit auskristallisierte Natriumsulfat in Glaubersalz um. Der Arbeitsgang: Einlagerung und Trocknung wird 10 mal wiederholt. Anschließend werden die Proben in fließendem Wasser ausgewaschen und erneut getrocknet. Durch Wägung vor und nach dem Kristallisationsversuch wird der Gewichtsverlust bestimmt. Nach der Norm wird der „Kristallisationsverlust“ als Masseverlust, bezogen auf die Oberfläche des Prüfkörpers (g/cm^2), angegeben.

Anteil des SiO_2 , si, und des Al_2O_3 , al: Die Anteile des SiO_2 (si), und des Al_2O_3 (al) wurden der Vollständigkeit halber in die statistischen Untersuchungen mit aufgenommen. Sie sind chemischen Vollanalysen entnommen. Die ausführliche Darstellung erfolgte in der Arbeit über die Petrochemie der Kreidesandsteine, in der sich weitere statistische Auswertungen befinden (Grunert 1978).

Anmerkung: In die vorliegende Publikation wurden nur die statistisch aufbereiteten Werte der Merkmale aufgenommen. Die vollständige Dokumentation der Messergebnisse enthält die Arbeit „Der Sandstein der Sächsischen Schweiz ...“ (Grunert 1983). Jedes der Merkmale wurde für die einzelnen Proben durch mehrere (meistens 5) parallel durchgeführte Messungen gesichert. Das arithmetische Mittel der einzelnen Messergebnisse wird als gültiger Wert des jeweiligen Merkmals der entsprechenden Sandsteinprobe betrachtet.

Als die Messungen durchgeführt worden sind, waren für einige Merkmale noch andere Dimensionen üblich. Um Verzerrungen zu vermeiden, wurden in die statistischen Auswertungen alle Merkmale in der bei der Messung benutzten Dimension eingesetzt.

Für die Umrechnung gelten folgende Beziehungen:

$$1 \text{ kp}/\text{cm}^2 = 9,81 \text{ N}/\text{cm}^2 = 9,81 \times 10^4 \text{ n}/\text{m}^2 = 9,81 \text{ MN}/\text{m}^2 \\ = 9,81 \times 10^{-2} \text{ N}/\text{mm}^2 = 9,81 \times 10^{-2} \text{ MPa}$$

$$1 \text{ g}/\text{cm}^3 = 1 \text{ kg}/\text{dm}^3 = 1 \text{ t}/\text{m}^3 = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

Mit der DIN 51 102 (August 1988) wurden folgende Bezeichnungen verändert: Reindichte in Dichte, Rohdichte in Trockenrohndichte, Porosität in Gesamtporosität. In der vorliegenden Arbeit wurde die ursprüngliche Nomenklatur beibehalten.

3. Statistische Auswertung der gemessenen Merkmale und ihre petrophysikalischen Aussagen

3.1 Das Datenmaterial und seine Aufbereitung

Die unter der Bezeichnung „Elbsandstein“ gehandelten Gesteine entstammen den unterschiedlichsten Vorkommen und den unterschiedlichsten Schichten der sandigen Ausbildung kreidezeitlicher Ablagerungen im Dresdener Raum (Abb. 7). Bei der Probenahme wurde eine möglichst repräsentative Erfassung nach Ausbildung und Vorkommen der Sandsteine angestrebt. Nach dem Befund der Steinmetze bei der Probenahme und der Bearbeitung der Prüfkörper wurden die Proben in die Varietäten „Postaer Sandstein“ und „Cottaer Sandstein“ getrennt.

Die Aufstellung auf Seite 34 gibt die Zuordnung der Sandsteinproben in die beiden Sandsteinvarietäten und deren Fundpunkte an. (Die Beschreibung der Fundpunkte und Proben findet sich in folgenden Arbeiten: Grunert 1978, 1983, 1986.)

Die 42 Proben der Gesamtstichprobe (G) teilen sich in die Teilstichproben Postaer Sandstein (mit 24 Proben) und Cottaer Sandstein (mit 18 Proben). An jeder Probe sind alle Merkmale durch mehrere Messungen bestimmt worden. Das arithmetische Mittel aus den Messergebnissen ist für die jeweilige Probe relevant. Bei der statistischen Auswertung ist in jeder Merkmalverteilung jede Probe durch einen Wert vertreten.

| Postaer Sandstein | | |
|---|--------------------------|-----------------------|
| Bezeichnung des Steinbruches, Eigentümer oder letzter Eigentümer vor der Beprobung, geographische Lage | Proben | Lage in Abb. 7 |
| „Mühlleite“ VEB Elbenaturstein; Mühlleite nördlich Lohmen | 1, 2, 3 | 1 |
| „Herrenleite“, VEB Sächsische Sandsteinindustrie, Sächsische Sandstein GmbH; Herrenleite südlich Lohmen | II, III, IV, 5, H | 3 |
| „Obervogelgesang“, unterhalb der Königsnahe, Obervogelgesang Ortsteil von Struppen | 7/1, 7/2 | 7 |
| „Steinbruch Mockethaler Grund“, Pirnaer Schleifsteinwerke GmbH bei Posta (Stadtteil von Pirna) | 8/1, 8/2 | 8 |
| „Steinbruch Hanke“, Sächsische Sandstein GmbH; Zeichen (Ortsteil von Wehlen) | 6/1, 6/2, 6/3, 6/4 | 6 |
| „Steinbruch Schlenkrich“, Pirnaer Schleifsteinwerke GmbH, linker Elbtalhang östlich Haltepunkt Schöna der DB | 9/1, 9/2 | 9 |
| „Steinbruch Kayser“, Bielatal | 11/1 | 11 |
| „Obere Kirchleite“ Königstein I, VEB Sächsische Sandsteinindustrie, rechter Elbtalhang östlich Halbestadt (Stadtteil von Königstein) | 13/2 | 13 |
| „Weiße Brüche“ rechter Elbtalhang östlich Wehlen | 14/1, 14/2 | 14 |
| „Postelwitzer Steinbrüche“ rechter Elbtalhang östlich Postelwitz (Stadtteil von Bad Schandau) | 15/2 | 15 |
| Steinbruch am „Flügel Jägerhorn“, Grillenburg | 17/1 | 17 |
| Cottaer Sandstein | | |
| Bezeichnung des Steinbruches, Eigentümer oder letzter Eigentümer vor der Beprobung, geographische Lage | Proben | Lage in Abb. 7 |
| „Steinbruch Lohmgrund I“, VEB Elbenaturstein, Sächsische Sandstein GmbH; Lohmgrund nördlich Cotta | XI, 12, 13, 15, 16, XVII | 4 |
| „Steinbruch Neundorf“ VEB Elbenaturstein, Sächsische Sandstein GmbH; westlich Neundorf, (Stadtteil von Pirna) | Co, 21, 22, | 5 |
| „Steinbruch Reinhardtsdorf“, VEB Elbenaturstein, Sächsische Sandstein GmbH; nordwestlich Reinhardtsdorf | A, B, C | 2 |
| Steinbruch westlich der Rölligmühle bei Kleingießhübel | 10/1 | 10 |
| „Steinbruch Königstein III“ VEB Sächsische Sandsteinindustrie; rechter Elbtalhang unterhalb Halbestadt (Stadtteil von Königstein) südwestlich der Schulhainbrüche | 12/1, 12/2 | 12 |
| „Obere Kirchleite“ Königstein I, VEB Sächsische Sandsteinindustrie | 13/1 | 13 |
| „Postelwitzer Steinbrüche“ rechter Elbtalhang östlich Postelwitz (bei Bad Schandau) | 15/1 | 15 |
| „Steinbruch Schleinitz“, am Horkenberg westlich Bannewitz | 16/1 | 16 |

(Die in kursiven Lettern geschriebenen Steinbrüche waren z. Zt. der Beprobung in Betrieb.)

3.2 Prüfung der Repräsentanz der gemessenen Merkmale für die Eigenschaften der Sandsteine mittels Varianzanalyse

Obwohl in der Praxis die beiden Varietäten „Postaer Sandstein“ und „Cottaer Sandstein“ recht gut zu un-

terscheiden sind, zeigt ein Vergleich der messbaren Merkmale einen sehr weiten Spielraum. Es soll nun untersucht werden, welche der Merkmale die unterschiedlichen Eigenschaften der beiden Sandsteinvarietäten kennzeichnen.

Für die Varianzanalyse werden die gemessenen Merkmale entsprechend der Zuordnung der Proben in

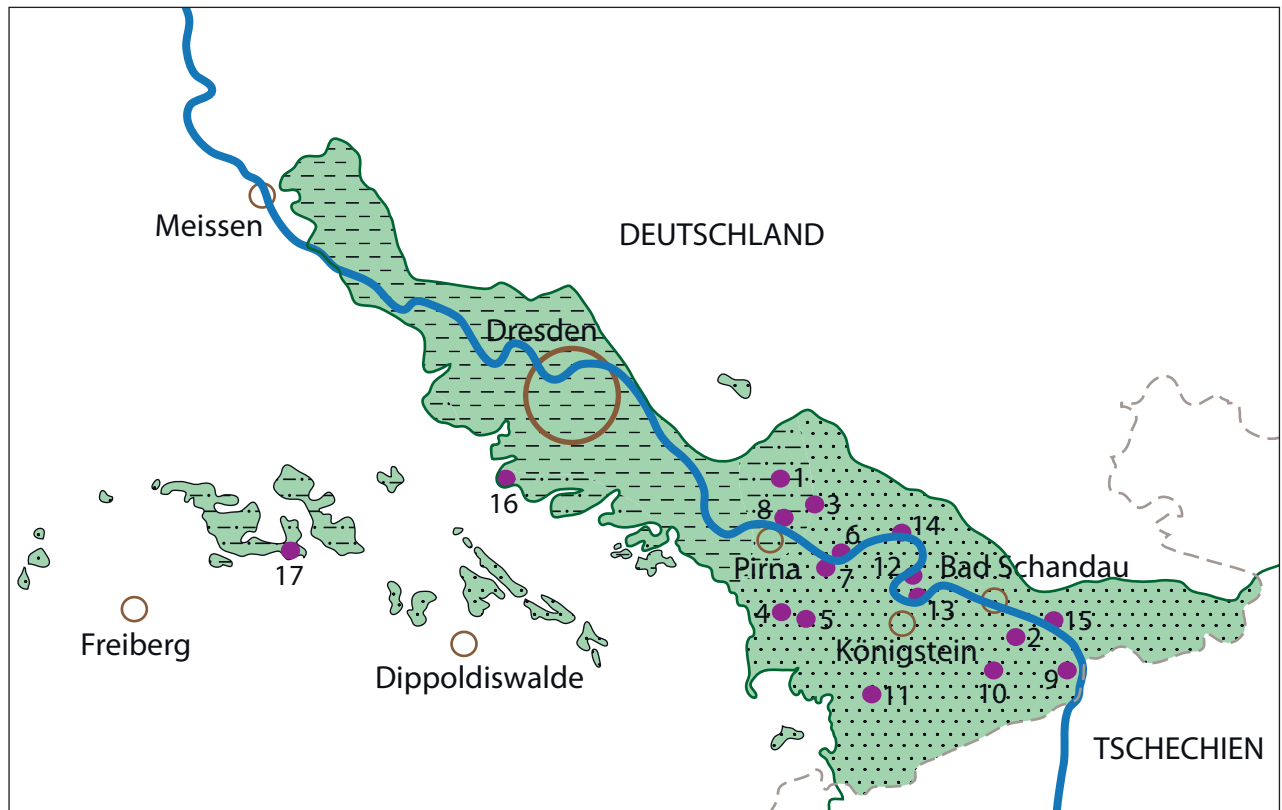


Abb. 7: Übersichtskarte der Sächsischen Schweiz.

Fig. 7: General map of the Sächsische Schweiz.

unabhängigen Stichproben vereinigt. Es entstehen so zu jedem gemessenen Merkmal Zahlenkollektive, welche dieses Merkmal für den Postaer und den Cottaer Sandstein repräsentieren; die Zusammenfassung aller Werte eines Merkmales kennzeichnet dieses für den Elbsandstein insgesamt – hier als „Gesamtstichprobe“ bezeichnet. Die Verteilung dieser Stichproben werden durch statistische Kennwerte wie arithmetisches Mittel, Spannweite, Streuung und Standardabweichung sowie die Konfidenzgrenzen (für $\alpha = 0,05$) zu arithmetischem Mittel und Streuung gekennzeichnet. Zusätzlich wurde mittels Kolmogorov-Test (Storm 1969, S.167) die Prüfung auf Normalverteilung durchgeführt (Tab. 2; Tab. 3). Da die Stichprobe „Cottaer Sandstein“ kleiner ist als die „Postaer Sandstein“, ist die aus beiden Stichproben bestehende Gesamtverteilung zum Postaer Sandstein hin verschoben. Bei einer summarischen Beurteilung der aus dem Elbsandsteingebirge gewonnenen Werksteine dürfte dieser Wert jedoch den realen

Verhältnissen sehr nahe kommen, da zumindest in der Vergangenheit der Postaer Sandstein im größeren Umfang als Werkstein gewonnen worden ist.

Durch den Vergleich der die Verteilung kennzeichnenden statistischen Größen soll im folgenden beurteilt werden, in welchen messbaren Eigenschaften sich die beiden Sandsteinvarietäten deutlich voneinander und von der Gesamtstichprobe unterscheiden. Für diese Beurteilung wird der „doppelte t-Test“ mit herangezogen (Storm 1969: 147). Dieses Prüfverfahren untersucht, ob die zu vergleichenden Mittelwerte der Stichproben einer gleichen Grundgesamtheit angehören. (Ist die berechnete Testgröße t größer als die Schranke $t_{\alpha,m}$, so gehören die beiden Stichproben nicht einer einheitlichen Grundgesamtheit an, das heißt, sie unterscheiden sich signifikant.) Übersteigt der berechnete Wert die Schranke für 99% Wahrscheinlichkeit, dann bezeichnet man den Unterschied als „signifikant“; überschreitet er nur die Schranke für 95 % Wahrscheinlichkeit,

dann bezeichnet man ihn als „wahrscheinlich signifikant“ (Marsal 1967). Der Test setzt voraus, dass beide Stichproben normal verteilt sind und ihre Streuung nicht signifikant voneinander abweicht. Auf Normalverteilung sind die Stichproben bereits durch den Kolmogorov-Test geprüft worden (Tab. 2). (Wenn die „Prüfgröße für die Normalverteilung“ kleiner als die angegebene Schranke ($\alpha = 0,05$) ist, dann wird die Stichprobe als normalverteilt anerkannt (Tabelle 3). Die Prüfung der Streuung erfolgt nach dem „F-Test“ (Storm 1969, S.153) in zweiseitiger Fragestellung. (Bei der Auswertung wird analog zur Prüfung der Mittelwerte verfahren.) Weist der „F-Test“ eine signifikante Abweichung zwischen den Streuungen aus, dann kann der „doppelte t-Test“ nicht zur Bewertung der Abweichung der Mittelwerte herangezogen werden. (In Tab. 4 sind die berechneten Prüfgrößen für Streuung und Mittelwert aufgeführt; Tabelle 3 enthält die zugehörigen Schranken.)

Um die folgende Interpretation der statistischen Untersuchungen überschaubar zu halten, werden die gewonnenen Aussagen verbal gefasst und nur in Einzelfällen durch Zahlenmaterial unterlegt. Für weiterführende Fragestellungen muss auf die tabellarischen Zusammenstellungen verwiesen werden.

Für die statistischen Arbeiten wurde ein Rechenprogramm eingesetzt, das von Fräulein G. Thomas ausgearbeitet worden war. Das Programm führte neben den Berechnungen zur Varianzanalyse auch die lineare Korrelations- und Regressionsanalyse (Abschnitt 3.4) durch. Für das Bereitstellen des Programmes und die aktive Unterstützung bei der Durchführung der Arbeiten sei hier besonders gedankt. Die Rechnungen wurden im Rechenzentrum der TU Dresden an dem Rechner Ural 14 ausgeführt.

Merkmale der Gefügeeigenschaften

Einachsige Würfeldruckfestigkeit, $\sigma_{d1}, \sigma_{d2}, \sigma'_{d1}, \sigma'_{d2}$:
Unter den Merkmalen der Festigkeitseigenschaften ist die einachsige Würfeldruckfestigkeit diejenige, die am häufigsten zur Bewertung von Natursteinbaustoffen herangezogen wird. Bei den vorliegenden Untersuchungen ist sie unter Lasteintrag senkrecht und parallel zur Schichtung im lufttrockenen (σ_{d1}, σ_{d2}) und wasserge-

sättigten ($\sigma'_{d1}, \sigma'_{d2}$) Zustand gemessen worden (der Übersichtlichkeit halber werden hier im Text nur die arithmetischen Mittel (\bar{x}) und die Standardabweichungen (a) angegeben, für alle weiteren Aussagen muss auf die Tab. 2 bis 4 im Anhang verwiesen werden).

| | | (x) | (a) |
|----------------|-------------------|------------------------|------------------------|
| σ_{d1} | Gesamtstichprobe | 478 kp/cm ² | 127 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 545 kp/cm ² | 98 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 388 kp/cm ² | 104 kp/cm ² |
| σ_{d2} | Gesamtstichprobe | 420 kp/cm ² | 113 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 457 kp/cm ² | 116 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 370 kp/cm ² | 90 kp/cm ² |
| σ'_{d1} | Gesamtstichprobe | 401 kp/cm ² | 146 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 487 kp/cm ² | 101 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 286 kp/cm ² | 114 kp/cm ² |
| σ'_{d2} | Gesamtstichprobe | 365 kp/cm ² | 151 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 444 kp/cm ² | 135 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 260 kp/cm ² | 101 kp/cm ² |

Die Mittelwerte weisen für beide Sandsteinvarietäten bei Belastung senkrecht zur Schichtung eine höhere Druckfestigkeit aus als parallel zur Schichtung. Da sich die Konfidenzintervalle dieser Mittelwerte – mit Ausnahme des lufttrockenen Postaer Sandsteins – überschneiden, kann diese Beobachtung nicht als statistisch gesichert betrachtet werden. Auch liegen die Mittelwerte der Druckfestigkeit des lufttrockenen Sandsteins über denen des wassergesättigten der gleichen Varietät. Diese Festigkeitsabnahme ist für den Cottaer Sandstein statistisch gesichert, für den Postaer Sandstein ist sie nicht gesichert.

Die Festigkeitswerte der beiden Teilkollektive Postaer und Cottaer Sandstein weisen bei jedem dieser Prüfverfahren Spannweiten zwischen 400 und 500 kp/cm² auf. Trotzdem überschneiden sich die Konfidenzbereiche für die Mittelwerte der gleichen Prüfergebnisse nicht oder nur wenig. Die Konfidenzgrenzen für die Standardabweichungen fallen nahezu zusammen; der F-Test weist keinen signifikanten Unterschied in den Streuungen aus. Durch den doppelten t-Test wird der signifikante Unterschied zwischen bei-

den Verteilungen bestätigt. Die Mittelwerte für die Gesamtstichproben der Druckfestigkeitswerte können nicht als repräsentativ für die der Teilkollektive anerkannt werden, da deren Konfidenzintervalle von denen der Gesamtverteilung abweichen.

Biegezugfestigkeit, ρ_{d1} , ρ_{d2} : Die Biegezugfestigkeit beträgt etwa 10 % der einachsigen Würfeldruckfestigkeit. Statistisch ausgewertet werden sollen hier die Prüfergebnisse bei einer Lage der Schichtung senkrecht zum beanspruchten Querschnitt (Richtung 1; ρ_{b1}) und parallel zum beanspruchten Querschnitt (Richtung 2; ρ_{b2}).

Die arithmetischen Mittel und Standardabweichungen betragen:

| | | (x) | (a) |
|-------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| ρ_{d1} | Gesamtstichprobe | 47 kp/cm ² | 13 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 50 kp/cm ² | 15 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 44 kp/cm ² | 10 kp/cm ² |
| ρ_{d2} | Gesamtstichprobe | 42 kp/cm ² | 12 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 44 kp/cm ² | 15 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 39 kp/cm ² | 6 kp/cm ² |

So wie bei der Würfeldruckfestigkeit deutet sich auch bei den Mittelwerten dieser Messergebnisse eine Festigkeitsanisotropie an. Doch auch hier überschneiden sich die Konfidenzintervalle so weit, dass die Signifikanz der Unterschiede für den Postaer Sandstein in Frage gestellt ist. Für den Cottaer Sandstein ist die Richtungsabhängigkeit deutlicher.

Für beide Teilkollektive liegen die Spannweiten der Messergebnisse zwischen 20 und 55 kp/cm². Die Konfidenzintervalle für die Mittelwerte der Prüfergebnisse bei Beanspruchung senkrecht zur Schichtung überlagern sich so weit, dass kein signifikanter Unterschied anerkannt werden kann; die für die Mittelwerte der Prüfergebnisse bei Beanspruchung parallel zur Schichtung überlagern sich weniger weit. Da sich die Standardabweichung signifikant bzw. wahrscheinlich signifikant unterscheidet, darf der doppelte t-Test nicht befragt werden. Mit den Konfidenzintervallen der Gesamtstichproben fallen die der beiden zugehörigen Teilkollektive fast gänzlich zusammen; die Teilkollektive unterscheiden sich also nicht signifikant von der Gesamtstichprobe.

Spaltzugfestigkeit, σ_x , und Spaltdruckfestigkeit, σ_y : Festigkeiten gegenüber der Zug- und der Druckkomponente beim Spaltversuch könnten eine interessante Zusatzinformation für die standardisierten Prüfeigenschaften liefern. Spannweite und Streuung sind relativ zur Größenordnung der Messwerte ebenso hoch wie bei den bereits besprochenen Festigkeitseigenschaften.

Die arithmetischen Mittel und die Standardabweichungen betragen:

| | | (x) | (a) |
|------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| σ_x | Gesamtstichprobe | 26 kp/cm ² | 6 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 30 kp/cm ² | 6 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 22 kp/cm ² | 3 kp/cm ² |
| σ_y | Gesamtstichprobe | 81 kp/cm ² | 20 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 91 kp/cm ² | 20 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 68 kp/cm ² | 10 kp/cm ² |

Die Mittelwerte der Spaltzugfestigkeit betragen etwa 50 % der hinsichtlich des Lasteintrages vergleichbaren Biegezugfestigkeit bei einer Lage des beanspruchten Querschnitts senkrecht zur Schichtung (ρ_{b1}), so dass sich beide Merkmale deutlich unterscheiden.

Sowohl bei der Spaltzugfestigkeit als auch bei der Spaltdruckfestigkeit unterscheiden sich die Mittelwerte der Prüfergebnisse von Postaer und Cottaer Sandstein signifikant, da sich ihre Konfidenzintervalle nicht überlagern (der doppelte t-Test kann nur bedingt herangezogen werden, da sich die Standardabweichungen „wahrscheinlich signifikant“ unterscheiden).

Kohäsion (c): Auch die aus Würfeldruckfestigkeit (σ_{d1}) und Spaltzugfestigkeit (σ_x) abgeleitete Kohäsion (c) zeigt mit 20 bzw. 40 kp/cm² eine relativ hohe Spannweite der Messergebnisse.

Arithmetische Mittel und Standardabweichungen betragen :

| | | (x) | (a) |
|-----|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| c : | Gesamtstichprobe | 58 kp/cm ² | 12 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 65 kp/cm ² | 10 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 49 kp/cm ² | 7 kp/cm ² |

Bereits der Vergleich der Mittelwerte und der Standardabweichungen lässt erkennen, dass die Kohäsion für den Postaer und den Cottaer Sandstein abweichende Verteilungen ergibt. Die Konfidenzbereiche für die Mittelwerte überlappen sich nicht. Auch der doppelte t-Test, der hier befragt werden kann, da der F-Test keinen signifikanten Unterschied in den Standardabweichungen der Verteilungen ausweist, bestätigt die signifikante Abweichung zwischen beiden Verteilungen. Da die Konfidenzbereiche für die Mittelwerte beider Verteilungen mit denen der Gesamtverteilung nicht bzw. nur gering überlappen, kann die Gesamtverteilung nicht als repräsentativ für die beiden Sandsteinvarietäten anerkannt werden. Offenbar vermag die Kohäsion recht gut die Materialeigenschaften dieser Gesteine zu beschreiben.

Longitudinalwellengeschwindigkeit, v_1 , v_2 : Als Prüfergebnis eines zerstörungsfreien Prüfverfahrens hat die Longitudinalwellengeschwindigkeit besondere Bedeutung. Es werden die Prüfergebnisse der Messungen parallel (v_1) und senkrecht zur Schichtung (v_2) an Prismen sowie an Würfeln parallel zur Schichtung (v_k) ausgewertet.

Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Longitudinalwellengeschwindigkeit lauten:

| | | (x) | (a) |
|-------|-------------------|----------|---------|
| v_1 | Gesamtstichprobe | 2863 m/s | 349 m/s |
| | Postaer Sandstein | 2936 m/s | 406 m/s |
| | Cottaer Sandstein | 2766 m/s | 231 m/s |
| v_2 | Gesamtstichprobe | 2889 m/s | 378 m/s |
| | Postaer Sandstein | 3039 m/s | 432 m/s |
| | Cottaer Sandstein | 2689 m/s | 134 m/s |
| v_k | Gesamtstichprobe | 2898 m/s | 314 m/s |
| | Postaer Sandstein | 2988 m/s | 375 m/s |
| | Cottaer Sandstein | 2779 m/s | 144 m/s |

Bei den Verteilungen der Messwerte vom Postaer Sandstein liegen die Spannweiten zwischen 1600 und 1700 m/s, bei denen vom Cottaer Sandstein zwischen 500 und 900 m/s. In den Standardabweichungen bildet sich der gleiche Unterschied der Verteilungen ab, was auch der F-Test bestätigt. Die Mittelwerte weisen

generell für den Cottaer Sandstein eine niedrigere Longitudinalwellengeschwindigkeit aus als für den Postaer Sandstein. Ihre Konfidenzintervalle berühren sich oder überlappen, gestatten jedoch, die Verteilungen signifikant zu trennen. Die Messwerte vom Postaer Sandstein bilden bei jeder der drei betrachteten Prüfvarianten eine breite Verteilung, in deren Spannweite die Messwerte der entsprechenden Prüfvariante vom Cottaer Sandstein – nach der niedrigeren Fortpflanzungsgeschwindigkeit hin versetzt – mit geringerer Spannweite fallen. Sowohl die Unterschiede in den arithmetischen Mitteln der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten als auch in den Streuungen der Messwerte beider Verteilungen sind mit Sicherheit materialbedingt.

Die Verteilungen der an der gleichen Sandsteinvarietät – aber in unterschiedlicher Orientierung gemessenen Werte (v_1 , v_2) – zeigen keine signifikanten Unterschiede.

Die Mittelwerte der an den Würfeln gemessenen Ergebnisse (v_k) zeigen anhand der Konfidenzintervalle beim Vergleich mit den an Prismen gemessenen eine enge Übereinstimmung; die Streuung der an den Würfeln gemessenen Werte ist niedriger.

Merkmale der Gefügeeigenschaften

Unter den Gefügeeigenschaften kommt bei den klassischen Sedimenten der Korngrößenverteilung eine vorrangige Bedeutung zu. Von den durch die granulometrische Analyse bestimmten Parametern sollen hier Median (Md), Sortierung (So) und „Zwischenmittel“ (Z) – d. h. der Korngrößenanteil kleiner als 63 μm – statistisch untersucht werden.

Median, Md: Schon aufgrund der bereits dargestellten Gefügemerkmale beider Sandsteinvarietäten lässt der Median eine gute Unterscheidungsmöglichkeit erwarten. Die arithmetischen Mittel und die Standardabweichungen bestätigen die Annahme :

| | | (x) | (a) |
|----|-------------------|---------|---------|
| Md | Gesamtverteilung | 0,27 mm | 0,15 mm |
| | Postaer Sandstein | 0,38 mm | 0,11 mm |
| | Cottaer Sandstein | 0,12 mm | 0,02 mm |

Die Spannweite in der Verteilung der Werte vom Postaer Sandstein beträgt 0,49 mm, die der Verteilung vom Cottaer Sandstein 0,1 mm.

Es sind zwei getrennte Verteilungen, die sich in den Konfidenzgrenzen der Mittelwerte und auch ihrer Spannweiten nicht überschneiden. Da der F-Test einen signifikanten Unterschied in den Standardabweichungen anzeigt, darf der doppelte t-Test nicht mit zur Bestätigung der Abweichung zwischen beiden Verteilungen herangezogen werden.

Die Konfidenzgrenzen des Mittelwertes der Gesamtverteilung überschneiden sich nicht mit denen der beiden Teilkollektive; damit darf der Mittelwert der Gesamtverteilung nicht als repräsentativ für diese Sandsteine angesehen werden.

Sortierung, So: Für die Sortierung (So) fallen die Mittelwerte der Verteilungen fast gänzlich zusammen; die Unterschiede in den Standardabweichungen sind sicher auf die unterschiedliche Probenanzahl zurückzuführen:

| | | (x) | (a) |
|----|-------------------|---------|---------|
| So | Gesamtverteilung | 1,424 - | 0,134 - |
| | Postaer Sandstein | 1,430 - | 0,62 - |
| | Cottaer Sandstein | 1,416 - | 0,087 - |

Die Konfidenzintervalle der Mittelwerte überdecken sich bei allen drei Verteilungen.

Zwischenmittel, Z: Im Anteil des Zwischenmittels (Z) zeigen sich wiederum markante Unterschiede in den Mittelwerten und den Standardabweichungen der Verteilungen :

| | | (x) | (a) |
|---|-------------------|----------------|---------------|
| Z | Gesamtverteilung | 6,81 Masse -% | 5,46 Masse -% |
| | Postaer Sandstein | 2,93 Masse -% | 1,59 Masse -% |
| | Cottaer Sandstein | 11,98 Masse -% | 4,36 Masse -% |

Die Konfidenzgrenzen der Mittelwerte liegen weit auseinander, die Spannweiten – für die Werte des Postaer Sandsteins 7,6 Masse -%, für die des Cottaer Sandsteins 15,3 – überschneiden sich nur gering. Die Teilkollektive bilden gesonderte Verteilungen, so dass der Mittelwert für die Gesamtverteilung nicht als repräsentativ für den Sandstein angesehen werden kann.

Der F-Test weist signifikante Unterschiede für die Streuungen aus, deshalb kann der doppelte t-Test nicht für den Nachweis der Unterschiede in den Mittelwerten herangezogen werden.

Anteil des SiO₂, si, und des Al₂O₃, al: Da die Korngrößenverteilung und der Chemismus der Kreidesandsteine im engen Zusammenhang stehen, soll an dieser Stelle der Anteil des SiO₂ (si) und des Al₂O₃ (al) in Masse -% der chemischen Analyseergebnisse in die Betrachtungen einbezogen werden (Grunert 1978, 1983).

Arithmetische Mittel und Standardabweichungen für den SiO₂-Anteil lauten :

| | | (x) | (a) |
|----|-------------------|----------------|---------------|
| si | Gesamtverteilung | 96,61 Masse -% | 2,12 Masse -% |
| | Postaer Sandstein | 98,25 Masse -% | 0,46 Masse -% |
| | Cottaer Sandstein | 94,46 Masse -% | 1,27 Masse -% |

Die Spannweite der Messwerte für den Postaer Sandstein beträgt 1,48 Masse -%, die der Messwerte für den Cottaer Sandstein 5,23 Masse -%. Beide Verteilungen überschneiden sich nicht. Demzufolge weisen die Konfidenzintervalle auch für die Mittelwerte aller drei Verteilungen signifikante Unterschiede aus. Da der F-Test für die Streuung ebenfalls signifikante Unterschiede belegt, kann der doppelte t-Test nicht zur Bestätigung herangezogen werden.

Arithmetische Mittel und Standardabweichungen für den Al₂O₃-Anteil lauten:

| | | (x) | (a) |
|----|-------------------|---------------|---------------|
| al | Gesamtverteilung | 1,97 Masse -% | 1,18 Masse -% |
| | Postaer Sandstein | 1,10 Masse -% | 0,35 Masse -% |
| | Cottaer Sandstein | 3,12 Masse -% | 0,86 Masse -% |

Für diese Verteilungen gilt in etwa das gleiche wie für die des SiO₂-Anteils. Die Spannweite der Werte für den Postaer Sandstein beträgt 1,34 Masse -%, für den Cottaer Sandstein 2,88 Masse -%; sie überschneiden sich nur gering. Die Mittelwerte unterscheiden sich aufgrund ihrer Konfidenzintervalle signifikant.

Obwohl die Verteilungen der SiO₂- und der Al₂O₃-Gehalte für die beiden Sandsteinvarietäten dicht be-

Grunert, S.

nachbart sind, unterscheiden sie sich deutlich voneinander. Der Mittelwert der Gesamtverteilungen sollte nicht als repräsentativ anerkannt werden.

Rohdichte, ρ_1 ; Reindichte, ρ_2 ; wahre Porosität, P: Rohdichte (ρ_1), Reindichte (ρ_2) und die daraus berechnete wahre Porosität (P) sind Parameter, die ebenfalls zur Charakterisierung des Gefüges dienen.

Arithmetische Mittel und Standardabweichungen der Rohdichte (ρ) lauten :

| | | (x) | (a) |
|----------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| ρ_1 | Gesamtverteilung | 2,070 g/ cm ³ | 0,056 g/ cm ³ |
| | Postaer Sandstein | 2,085 g/ cm ³ | 0,052 g/ cm ³ |
| | Cottaer Sandstein | 2,051 g/ cm ³ | 0,056 g/ cm ³ |

Die Spannweite beträgt für beide Sandsteinvarietäten 0,20 g/ cm³. Der F-Test weist keinen signifikanten Unterschied in den Streuungen beider Verteilungen aus, demzufolge ist auch die Ablehnung des signifikanten Unterschiedes der Mittelwerte durch den doppelten t-Test aussagefähig.

Für die Reindichte (ρ_2) lauten die arithmetischen Mittel und die Standardabweichungen wie folgt :

| | | (x) | (a) |
|----------|-------------------|--------------------------|---------------------------|
| ρ_2 | Gesamtverteilung | 2,659 g/ cm ³ | 0,0083 g/ cm ³ |
| | Postaer Sandstein | 2,662 g/ cm ³ | 0,0075 g/ cm ³ |
| | Cottaer Sandstein | 2,656 g/ cm ³ | 0,0084 g/ cm ³ |

Für die Verteilung der Werte des Postaer Sandsteins beträgt die Spannweite 0,03 g/ cm³, für die des Cottaer Sandsteins 0,04. Der F-Test lehnt einen signifikanten Unterschied in den Streuungen der Verteilungen ab; nach dem doppelten t-Test ist der Unterschied zwischen den Mittelwerten „wahrscheinlich signifikant“.

Für die Porosität (P) zeigen die arithmetischen Mittel und die Standardabweichungen der Verteilungen etwas deutlichere Unterschiede :

| | | (x) | (a) |
|---|-------------------|---------|--------|
| P | Gesamtverteilung | 22,22 % | 2,03 % |
| | Postaer Sandstein | 21,78 % | 1,86 % |
| | Cottaer Sandstein | 22,81 % | 2,16 % |

Die Spannweite für die Verteilung der Werte vom Postaer Sandstein beträgt 7,3 %, für die der Werte vom Cottaer Sandstein 8,2 %. Trotz der etwas stärkeren Abweichungen sind auch für diesen Parameter die Unterschiede der Mittelwerte nicht statistisch gesichert.

Wasseraufnahme, W_m ; Sättigungsbeiwert, S: Wasseraufnahme (W_m) und Sättigungsbeiwert (S), Prüfwerte, die den Porenraum näher kennzeichnen, haben für die Einschätzung der Verwitterungsbeständigkeit der Natursteine eine besondere Bedeutung.

Die arithmetischen Mittel und Standardabweichungen für die Verteilungen der Werte für die Wasseraufnahme als Massezunahme (W_m) lauten :

| | | (x) | (a) |
|-------|-------------------|---------------|---------------|
| W_m | Gesamtverteilung | 8,16 Masse- % | 1,65 Masse- % |
| | Postaer Sandstein | 7,61 Masse % | 1,37 Masse- % |
| | Cottaer Sandstein | 8,89 Masse % | 1,75 Masse- % |

Trotz der großen Spannweiten, für den Postaer Sandstein beträgt sie 6,07 Masse-% und für den Cottaer Sandstein 6,95 Masse-%, überlappen die Konfidenzbereiche für die Mittelwerte nur wenig. Der doppelte t-Test besagt, dass der Unterschied in den Mittelwerten der beiden Stichproben „wahrscheinlich signifikant“ ist.

Für den Sättigungsbeiwert (S) betragen die arithmetischen Mittel und Standardabweichungen:

| | | (x) | (a) |
|---|-------------------|---------|---------|
| S | Gesamtverteilung | 0,751 - | 0,072 - |
| | Postaer Sandstein | 0,729 - | 0,070 - |
| | Cottaer Sandstein | 0,780 - | 0,065 - |

Obwohl sich für diese Kenngröße die Verteilungen scheinbar etwas stärker konzentrieren – die Spannweite für den Postaer Sandstein beträgt 0,26, für den Cottaer Sandstein 0,24 –, überlappen sich die Konfidenzbereiche der Mittelwerte, und der doppelte t-Test erkennt den Unterschied auch hier nur als „wahrscheinlich signifikant“ an.

Kapillarer Anstieg, h_k ; Permeabilität, K: Kapillarer Anstieg (h_k) und Permeabilität (k) dienen zur Beschreibung von Strömungsvorgängen im Porenraum. Sie kön-

nen damit zunächst ebenfalls als Merkmale betrachtet werden, welche die Eigenschaften des Porenraumes kennzeichnen. Die folgenden Untersuchungen werden jedoch zeigen, dass zumindest der kapillare Anstieg von noch weiteren Einflussgrößen bestimmt wird. Hier soll vorerst die Verteilung der Merkmale für die beiden Sandsteinvarietäten dargestellt werden, ohne auf weitere Zusammenhänge einzugehen.

Arithmetische Mittel und Standardabweichungen für die Verteilungen des kapillaren Anstiegs (h_k):

| | | (x) | (a) |
|-------|-------------------|--------|--------|
| h_k | Gesamtverteilung | 251 mm | 124 mm |
| | Postaer Sandstein | 322 mm | 56 mm |
| | Cottaer Sandstein | 156 mm | 126 mm |

Die Verteilung des Merkmals für den Postaer Sandstein hat eine Spannweite von 241 mm, für den Cottaer Sandstein von 391 mm. Letztere weist auch eine sehr hohe Standardabweichung auf. Eine Analyse der einzelnen Messwerte zeigt für diese Verteilung eine sehr starke „Schiefe“ nach den höheren Werten. Dadurch haben die Standardabweichungen der Verteilungen beider Sandsteinvarietäten eine signifikante Abweichung, wie der F-Test ausweist, so dass der doppelte t-Test nicht zur Prüfung der Mittelwerte herangezogen werden darf. Da sich jedoch die Konfidenzintervalle für die Mittelwerte nicht berühren, kann die Abweichung zwischen den Mittelwerten dieses Merkmals für den Postaer und den Cottaer Sandstein als signifikant anerkannt werden.

Für die statistische Auswertung der Permeabilität benutzen wir hier das arithmetische Mittel aus den senkrecht und parallel zur Schichtung bestimmten Werten der Klinkenberg-Permeabilität, um einen Vergleich mit den skalaren Gefügeeigenschaften bzw. mit denen, die eine Erfassung der Anisotropie nicht zulassen (wie z. B. die Ergebnisse des Kristallisationsversuches), zu ermöglichen.

Die arithmetischen Mittel und Standardabweichungen für die Verteilungen der Permeabilität (k) lauten :

| | | (x) | (a) |
|---|-------------------|---------|---------|
| K | Gesamtverteilung | 940 md | 1104 md |
| | Postaer Sandstein | 1529 md | 1146 md |
| | Cottaer Sandstein | 154 md | 144 md |

Die Gesamtverteilung dieses Merkmals umfasst Werte zwischen 7 und 3110 md (Spannweite 3107 md); der Kolmogorov-Test lehnt die Annahme einer Normalverteilung ab. Auch für die Verteilung des Postaer Sandsteins nähert sich der Wert des Kolmogorov-Tests der Schranke. Offenbar ist für die große Spannweite dieses Merkmals die Anzahl der zur Verfügung stehenden Messwerte zu gering, um die Verteilungen zu beschreiben. Aus diesem Grunde ist auch ein Vergleich der Verteilungen mit den hier angewendeten statistischen Mitteln nicht gerechtfertigt. Es zeichnet sich aber deutlich ab, dass die Permeabilität des Postaer Sandsteins generell höher ist als die des Cottaer Sandsteins, wenn sich auch beide Verteilungen in ihren niedrigsten und höchsten Werten überschneiden:

| | | |
|-------------------|---------------------|--------------------|
| Postaer Sandstein | $x_{max} = 3110$ md | $x_{min} = 135$ md |
| Cottaer Sandstein | $x_{max} = 558$ md | $x_{min} = 7$ md |

Der physikalische Unterschied der beiden Gesteinsgruppen scheint sich in der unterschiedlichen Spannweite der beiden Verteilungen auszudrücken. Dabei steht die Möglichkeit noch offen, dass die Verteilung dieses Merkmals einem logarithmischen Verteilungsgesetz unterliegt.

Kornbindung, B; Kornbindungsgröße, B_k : In Kornbindung (B) und Kornbindungsgröße (B_k) werden Maßzahlen vorgelegt, die den Kornverband der Gesteinsgefüge beschreiben. Theoretisch ist zu erwarten, dass diese Werte mittelbar Informationen über die mechanische Festigkeit und die Verwitterungsbeständigkeit der Gesteine geben.

Von der Kornbindung (B) lauten die Mittelwerte und Standardabweichungen wie folgt :

| | | (x) | (a) |
|---|-------------------|---------|----------|
| B | Gesamtverteilung | 0,131 - | 0,093 - |
| | Postaer Sandstein | 0,137 - | 0,124 - |
| | Cottaer Sandstein | 0,124 - | 0,0089 - |

Für die Verteilung dieses Merkmals lehnt der Kolmogorov-Test die Normalverteilung ab. Die Spannweite der Werte für den Postaer Sandstein beträgt 0,634 [-], für den Cottaer Sandstein 0,038 [-]. Damit liegt die

Verteilung des Merkmals für den Cottaer Sandstein innerhalb der des Postaer Sandsteins; ganz analog verhalten sich auch die Konfidenzintervalle für die Mittelwerte. Die Standardabweichungen unterscheiden sich signifikant, wie der F-Test ausweist.

Der Mittelwert für die Gesamtverteilung kann bedingt als repräsentativ für die Sandsteine angesehen werden, da sich die Konfidenzgrenzen der Gesamtverteilung mit denen der Einzelverteilungen überlagern.

Durch die Einführung des Medians (M_d) der Korngrößenverteilung in die Betrachtung der Bindungsverhältnisse verändert sich dieses Bild grundlegend, wie die Verteilungen der Kornbindungsgröße (B_k) zeigen.

Die arithmetischen Mittel und Standardabweichungen für die Verteilung der Kornbindungsgröße (B_k) lauten :

| | | (x) | (a) |
|-------|-------------------|-----------|-----------|
| B_k | Gesamtverteilung | 0,0296 mm | 0,0170 mm |
| | Postaer Sandstein | 0,0409 mm | 0,0145 mm |
| | Cottaer Sandstein | 0,0148 mm | 0,0031 mm |

Der F-Test weist für die Streuungen der Verteilungen der Kornbindungsgröße des Postaer und Cottaer Sandsteins einen signifikanten Unterschied aus, weshalb der doppelte t -Test zur Prüfung der arithmetischen Mittel nicht befragt werden kann. Die Konfidenzgrenzen für die Mittelwerte beider Verteilungen liegen weit auseinander, so dass man beide als selbständig auffassen – und der Mittelwert der Gesamtverteilung nicht als repräsentativ für alle betrachteten Sandsteine anerkannt werden kann. Auch in den Spannweiten – für Postaer Sandstein 0,082 bis 0,024 mm, für Cottaer Sandstein 0,024 bis 0,011 mm – überlappen die beiden Verteilungen nicht.

Kornbindungsfestigkeit, ξ_r : Während Kornbindung und Kornbindungsgröße gefügebeschreibende Merkmale sind, geben Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) und die auf die Oberfläche bezogene Masseabnahme beim Kristallisationsversuch (K_r) direkt und indirekt Maßzahlen für die Festigkeit des Gefügeverbandes. Da die Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) aus der Spaltzugfestigkeit (σ_x) und der Porosität (P) berechnet ist – Eigen-

schaften, die sich bei den Sandsteinvarietäten unterscheiden – verwundert es nicht, dass auch sie die Eigenschaften der Sandsteine gut charakterisiert. Beachtenswert ist allerdings, dass ihre statistische Auswertung noch eindeutigere Aussagen liefert als die der beiden Eingangsgrößen.

Die arithmetischen Mittel und die Standardabweichung der Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) lauten:

| | | (x) | (a) |
|---------|-------------------|-------------------------|-------------------------|
| ξ_r | Gesamtverteilung | 84,7 kp/cm ² | 20,0 kp/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 92,3 kp/cm ² | 20,7 kp/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 74,5 kp/cm ² | 14,0 kp/cm ² |

Zwar überlappen die Verteilungen der Werte beider Verteilungen in ihren Extremen, die Konfidenzbereiche ihrer Mittelwerte berühren sich jedoch nicht. Der F-Test weist keinen signifikanten Unterschied der Streuungen aus, sodass der durch den doppelten t -Test belegte signifikante Unterschied der arithmetischen Mittel anerkannt wird. Damit bildet die Kornbindungsfestigkeit für die beiden Sandsteinvarietäten gesonderte Verteilungen; der Mittelwert der Gesamtverteilung kann nicht stellvertretend für alle Sandsteine benutzt werden.

Masseverlust beim Kristallisationsversuch, K_r : Im Gegensatz zur Kornbindungsfestigkeit ist die „auf die Oberfläche bezogene Masseabnahme“ beim Kristallisationsversuch (K_r) ein von anderen Messgrößen unabhängiger Wert. Ihre Größe ist umgekehrt proportional zu dem Widerstand, den die Kornbindung dem Kristallisationsdruck im Porenraum entgegenzusetzen vermag.

Ihre arithmetischen Mittel- und Standardabweichungen für die Verteilungen betragen :

| | | (x) | (a) |
|-------|-------------------|-------------------------|-------------------------|
| K_r | Gesamtverteilung | 0,371 g/cm ² | 0,431 g/cm ² |
| | Postaer Sandstein | 0,097 g/cm ² | 0,137 g/cm ² |
| | Cottaer Sandstein | 0,735 g/cm ² | 0,419 g/cm ² |

Für die beiden Sandsteinvarietäten bildet diese Messgröße gänzlich unterschiedliche Verteilungen. Zwar überlappen ihre Extremwerte:

| | | |
|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Postaer Sandstein | $x_{\max} = 0,613 \text{ g/cm}^2$ | $x_{\min} = 0,005 \text{ g/cm}^2$ |
| Cottaer Sandstein | $x_{\max} = 1,575 \text{ g/cm}^2$ | $x_{\min} = 0,135 \text{ g/cm}^2$ |

die Konfidenzbereiche für die arithmetischen Mittel und die Standardabweichung liegen jedoch weit voneinander entfernt. Da der Kolmogorov-Test die Annahme einer Normalverteilung für die Gesamtverteilung ablehnt, zeigt sich, dass sich die beiden Verteilungen nicht zu einer einheitlichen Verteilung vereinigen lassen.

Schlussfolgerungen aus der Varianzanalyse zur Petrophysik der Sandsteine

Nur ein relativ geringer Anteil der verglichenen Verteilungen weist gleiche Streuungen und signifikant unterscheidbare arithmetische Mittel auf; meistens weichen Streuung und arithmetische Mittel voneinander ab. Merkmale, bei denen die Mittel keinen Unterschied zeigen, sondern nur die Streuungen oder Mittel und Streuungen innerhalb der Konfidenzintervalle übereinstimmen, sind Ausnahmen.

Bei den Festigkeitseigenschaften zeigen die Verteilungen der entsprechenden Merkmale für den Postaer und den Cottaer Sandstein übereinstimmende Streuungen, die arithmetischen Mittel unterscheiden sich jedoch signifikant. Diese Aussage gilt ohne Einschränkung für die Ergebnisse der verschiedenen einachsigen Würfeldruckfestigkeitsprüfungen (σ_{d1} , σ_{d2} , σ'_{d1} , σ'_{d2}), die Kohäsion (c) und die Kornbindungsfestigkeit (ξ_p). Bei den Verteilungen der Spaltzugfestigkeit (σ_x) und Spaltdruckfestigkeit (σ_y) fallen Prüfgrößen des F-Testes zwischen die Schranken von $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$, ihre Streuungen unterscheiden sich also nur „wahrscheinlich signifikant“; die Konfidenzgrenzen für die arithmetischen Mittel der Merkmale für die beiden Sandsteinvarietäten überschneiden sich nicht. Eine Ausnahme bildet die Biegezugfestigkeit: Liegt die beanspruchte Ebene senkrecht zur Schichtung, dann unterscheiden sich die Verteilungen der Ergebnisse vom Postaer und Cottaer Sandstein weder in ihren arithmetischen Mitteln noch in ihren Streuungen; liegt sie parallel zur Schichtung, dann unterscheiden sich ihre Streuungen signifikant, die Konfidenzintervalle ihrer arithmetischen Mittel fallen aber zusammen, d. h., die arithmetischen Mittel unterscheiden sich

nicht signifikant. In der statistischen Analyse spiegeln sich offenbar die Gesteinsfestigkeit und der Beanspruchungsplan des jeweiligen Prüfverfahrens wider. Die Spaltzugfestigkeit scheint – unter den hier benutzten Prüfverfahren – die Festigkeitseigenschaften am unverfälschtesten wiederzugeben. Die arithmetischen Mittel der Verteilungen dieses Merkmals für die beiden Sandsteinvarietäten sind deutlich voneinander getrennt, die größere Streuung in den Werten des Postaer Sandsteines entspricht den stärkeren Unterschieden in den Festigkeiten dieser Gesteine. Bei der Druckfestigkeit scheint der kompliziertere Beanspruchungsplan zu einer stärkeren Vereinheitlichung der Festigkeitswerte zu führen. Daraus lässt sich erklären, dass bei der einachsigen Würfeldruckfestigkeit die arithmetischen Mittel von Cottaer und Postaer Sandstein signifikante Unterschiede aufweisen, die Streuungen der beiden Verteilungen sich aber nicht signifikant voneinander unterscheiden. Bei der Biegezugfestigkeit rücken die arithmetischen Mittel so weit zusammen, dass sich ihre Konfidenzbereiche weit überschneiden, also kein signifikanter Unterschied besteht. Für den Postaer Sandstein sind die Streuungen auch hier höher als für den Cottaer. Beachtenswert ist, dass der relative Abstand zwischen den Mittelwerten vom Biegezug über den Spaltzug zur einachsigen Würfeldruckfestigkeit zunimmt. Es dokumentiert sich darin der steilere Anstieg der Mohr'schen Hüllkurve bzw. der größere Reibungswinkel beim Postaer Sandstein.

Bei der Kornbindungsfestigkeit (ξ_p) wird die Festigkeit des unmittelbaren Kornverbundes bestimmt. Da die gefügebedingte Variationsbreite hier ausgeschaltet ist, zeigen die beiden Teilstichproben in ihren Streuungen keinen signifikanten Unterschied, obwohl für den Postaer Sandstein die Streuung merklich höher ist. Ihre arithmetischen Mittel unterscheiden sich signifikant.

Bei den Gefügeeigenschaften treten in der überwiegenden Anzahl der Merkmale signifikante Unterschiede zwischen den Streuungen der Stichproben vom Postaer und Cottaer Sandstein auf. Die Konfidenzintervalle der arithmetischen Mittel überschneiden sich nicht, so dass ein signifikanter Unterschied anerkannt werden kann.

Von den Verteilungen der Merkmale für das Korngefüge zeigen die des Medians (M_d) und des

Korngrößenanteils kleiner $63 \mu\text{m}$ (Z) diese Eigenschaften. Beide Merkmale bilden gesonderte Verteilungen, die sich auch in ihren Minimal- und Maximalwerten nicht überschneiden. Die Stichprobe des Postaer Sandsteins zeigt gegenüber der des Cottaer Sandsteins in den Werten des Medians (Md) eine höhere, in denen des Korngrößenanteils kleiner $63\mu\text{m}$ (Z) eine niedrigere Streuung. Wie schon früher gezeigt worden ist (Grunert 1978), bestimmt der Feinkornanteil den Chemismus der Sandsteine. Damit erklärt es sich, dass auch die Verteilungen des SiO_2 - und des Al_2O_3 -Anteils für die beiden Sandsteinvarietäten in den Mittelwerten signifikante Unterschiede aufweisen und die Werte des Postaer Sandsteins eine geringere Streuung haben als die des Cottaer Sandsteins. Für die Reindichte (ρ_2) – sie steht im unmittelbaren Zusammenhang mit der stofflichen Zusammensetzung – ist die Abweichung der arithmetischen Mittel „wahrscheinlich signifikant“. Trotz der geringen Differenz zwischen den Mittelwerten – sie beträgt $0,006 \text{ g/cm}^3$ – lassen sich die beiden Stichproben aufgrund ihrer geringen Streuung doch voneinander trennen.

Die Verteilungen der Sortierungen (So) der Korngrößenverteilungen haben eine signifikante Abweichung in den Streuungen, die Konfidenzgrenzen der Mittelwerte fallen jedoch fast zusammen. Da es sich in beiden Sandsteinvarietäten um marine Sedimente, also gleichartig aufbereitetes Material, handelt, ist nichts anderes zu erwarten.

Unter den Merkmalen, die den Porenraum erfassen, zeigen Rohdichte (ρ_1) und Porosität (P) keinen signifikanten Unterschied zwischen den beiden Sandsteinvarietäten. Anders ist es bei Merkmalen, die Strömungsvorgänge im Porenraum kennzeichnen. Für die Wasseraufnahme (W_m) und den Sättigungsbeiwert (S) unterscheiden sich die Mittelwerte der beiden Stichproben signifikant. Beim kapillaren Aufstieg (h_k) und der Klinkenberg-Permeabilität ist die Streuung beim Postaer Sandstein größer. Wie noch gezeigt werden soll, wird der kapillare Aufstieg vom Feinkornanteil beeinflusst; die Durchlässigkeit steht zum Median in Beziehung. In beiden Fällen bildet sich diese Abhängigkeit zur Tendenz in den Streuungen ab. Im Masseverlust beim Kristallisationsversuch (K_r) ist die Streuung der Messwerte vom Cottaer Sandstein größer als die der Messwerte vom Postaer Sandstein; und auch

hier ist eine Abhängigkeit vom Feinkornanteil vorhanden.

Die Kornbindung (B) weist in der Stichprobe des Postaer Sandsteins eine größere Streuung auf als in der des Cottaer Sandsteins, die Konfidenzintervalle ihrer Mittelwerte fallen zusammen. Bei der Kornbindungsgröße (B_k) ist im Prinzip der gleiche Unterschied in den Streuungen vorhanden, die Konfidenzintervalle der arithmetischen Mittel sind jedoch auseinandergerückt.

Die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2, v_k) zeigt in den Verteilungen der Messwerte für die beiden Sandsteinvarietäten ähnliche Tendenzen wie die der Gefügeeigenschaften: Die Streuung für den Postaer Sandstein ist größer, sie unterscheidet sich von der des Cottaer Sandsteins signifikant, und die Konfidenzintervalle für die arithmetischen Mittel überschneiden sich nur gering bzw. überhaupt nicht, so dass beide Stichproben als gesonderte Verteilungen anzuerkennen sind. In die Longitudinalwellengeschwindigkeit gehen mit Sicherheit Ausbildung und Festigkeit der Kornbindung mit ein, so dass die Breite der Messwertverteilung in den Stichproben dieser Merkmale einander entsprechen muss.

Mit der vorliegenden Analyse kann gezeigt werden, dass sich Postaer und Cottaer Sandstein in ihrer Festigkeit, der Korngröße ihrer klastischen Komponenten und dem Aufnahme- bzw. Leitungsvermögen für flüssige und gasförmige Phasen im Porenraum tatsächlich signifikant unterscheiden. Die Unterschiede der beiden Gesteinsvarietäten werden durch die einachsige Würfeldruckfestigkeit und die Spaltzugfestigkeit gut wiedergegeben. Das Verhalten flüssiger und gasförmiger Phasen im Porenraum kann durch die Bestimmung der Wasseraufnahme differenziert werden. Und schließlich trennt auch die Korngrößenanalyse die beiden Sandsteinsorten.

Andererseits erkennt man aber auch, dass innerhalb einer Sandsteinvarietät doch recht beachtliche Unterschiede in den einzelnen Merkmalen auftreten können. Meistens ist die Streuung für den Postaer Sandstein höher als für den Cottaer. Zum Teil mag das im größeren Stichprobenumfang mit begründet sein. Die Praxis lehrt jedoch, dass auch in den technischen Eigenschaften der Gesteine, die dem Postaer Sandstein zugeordnet werden können, größere Unterschiede auf-

treten; das gilt besonders für die Bearbeitbarkeit und die Kantenfestigkeit. Zweifellos drückt sich das in den größeren Streuungen für die Festigkeitseigenschaften, die Longitudinalwellengeschwindigkeit und den Median der Korngrößenverteilung aus. Innerhalb der Varietät des Cottaer Sandsteins können stärkere Unterschiede im Verwitterungsverhalten beobachtet werden. Die größere Streuung im Masseverlust beim Kristallisationsversuch, dem kapillaren Anstieg und der Wasseraufnahme spiegeln das wider.

Jedes der Prüfverfahren gibt über bestimmte Eigenschaften der Gesteine Aufschluss; nur in der Longitudinalwellengeschwindigkeit scheinen sich neben den Festigkeitsmerkmalen auch Gefügemerkmale auszudrücken. Zur Kennzeichnung der technischen Eigenschaften sind die „klassischen Prüfverfahren“ Würfeldruckfestigkeit, Sättigungsbeiwert und Korngrößenbestimmung zunächst ausreichend. Da sich jedoch die Verteilungen überschneiden, kann die Zuordnung zu einer der beiden Varietäten nicht aufgrund eines einzelnen Merkmals erfolgen.

3.3 Die Trennung von Postaer und Cottaer Sandstein mittels Diskriminanzanalyse

Beim Vergleich der gemessenen Merkmale von den Proben des Postaer und Cottaer Sandsteins wurde ersichtlich, dass sich die Verteilungen der Merkmale beider Kollektive in den meisten Fällen so weit überschneiden, dass aufgrund eines einzelnen Merkmals keine eindeutige Zuordnung eines Sandsteins zu der einen oder anderen Varietät möglich ist. Selbst für Merkmale, die einen signifikanten Unterschied in ihren Verteilungen aufweisen, gilt diese Aussage. Das wird sofort verständlich, wenn man bedenkt, dass ja die Besonderheiten der beiden Sandsteinvarietäten gerade durch das unterschiedliche Zusammenwirken verschiedener Merkmale, nämlich die Summe seiner Eigenschaften, bedingt wird. Es soll nun untersucht werden, ob durch das Zusammenführen mehrerer Merkmale eine eindeutige Trennung der beiden Sandsteinvarietäten herbeizuführen ist.

Als statistisches Verfahren bietet sich für diese Untersuchungen die Diskriminanzanalyse an. Das Verfahren geht auf R. A. Fisher zurück. Die einzel-

nen Objekte – hier Sandsteinproben – werden verschiedenen Kollektiven – hier Sandsteinvarietäten – zugeordnet, deren Trennung durch eine Analyse der Werte mehrerer quantitativ erfassbarer Merkmale und das Aufstellen einer optimalen Trennfunktion erfolgt (E. Weber 1961). Werden in die Trennfunktion die Merkmale eines bestimmten Objektes eingesetzt, dann erhält man für dieses Objekt einen bestimmten Funktionswert. Die Trennung der beiden Kollektive ist gelungen, wenn sich die Verteilungen der Funktionswerte der einzelnen Objekte beider Kollektive nicht überschneiden. Der Trennwert – man erhält ihn durch Einsetzen der arithmetischen Mittel der Merkmale beider Kollektive in die Trennfunktion – scheidet beide Verteilungen. Außerdem erfolgt die Prüfung der Trennung durch einen Signifikanztest. Die Diskriminanzfunktion gestattet auch die Zuordnung eines Objektes zu dem einen oder anderen Kollektiv, wenn die entsprechenden Merkmale bestimmt sind, die Summe seiner Eigenschaften aber unbekannt ist.

Hier wurde die lineare Diskriminanzanalyse angewandt. Für die Berechnung stand die ALGOL-Prozedur DISKRI von Hahnwald-Busch (Nollau 1975) zur Verfügung. Herr Dr. Hahnwald-Busch überließ uns diese ALGOL-Prozedur aus seiner persönlichen Bibliothek. Das Rechenprogramm stellten die Herren Stief und Muschter unter Anleitung von Frau Dr. R. Storm und Herrn Dr. P. Müller (Sektion Mathematik der TU Dresden) auf. Für die selbstlose Unterstützung sei hier ausdrücklich gedankt. Die Rechnungen wurden im Rechenzentrum der TU Dresden auf dem Rechner R 300 ausgeführt. Das Rechenprogramm druckte als Ergebnisse die Koeffizienten der Trennfunktion, die Testgröße für den Signifikanztest mittels des Abstandes von Mahalanobis, die Funktionswerte der Trennfunktion für die einzelnen Objekte der beiden Kollektive und den Trennwert aus.

Zunächst sollte untersucht werden, ob eine größere Anzahl von Merkmalen in ihrem Zusammenwirken eine signifikante Unterscheidung der beiden Sandsteinvarietäten gestattet. Aus den gemessenen Merkmalen wurden die Festigkeit beschreibende, die Zusammensetzung und das Gefüge beschreibende sowie den Verwitterungsprozess beschreibende ausgewählt. Rechentechnische Gründe limitierten ihre Anzahl

auf 14. Als Ergebnis wurde die folgende Diskriminanzfunktion aufgestellt:

$$D(\zeta) = 0,057 \sigma_{d1} - 0,035 \sigma'_{d1} + 0,404 \rho_{b1} + 0,340 \sigma_x - 0,023 v_1 + 0,195 \xi_r - 1,29 B_k + 197,049 \rho_2 + 78,887 Md - 1,538 Z + 73,267 S - 19,002 k_r - 0,042 h_k - 0,001 K$$

Wert der Testgröße: $19,168 \gg F_{0,95(14,27)} = 2,08$
(Da der Wert höher ist als das zugehörige F-Quantil, ist die Trennung signifikant.)

Trennwert: 556,97

$$D(\zeta)_{\text{Postaer Sandstein}} > 556,97 > D(\zeta)_{\text{Cottaer Sandstein}}$$

Aus der Darstellung (Tabelle 5) der für die einzelnen Proben berechneten Funktionswerte der Trennfunktion erkennt man, dass sich die beiden Sandsteinvarietäten durch die ausgewählte Trennfunktion einwandfrei trennen lassen. Damit ist der Beweis erbracht, dass sich die allgemeinen Eigenschaften der beiden Sandsteinvarietäten in dem Zusammenwirken messbarer Merkmale widerspiegeln.

Da die Diskriminanzanalyse auch die Zuordnung einer in ihren Gesamteigenschaften unbekanntenen Probe gestattet, ist sie geeignet, über leicht messbare Merkmale eine Bestimmung des Gesamtverhaltens eines Gesteins vorzunehmen.

Die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1) kennzeichnet zwar das elastische Verhalten der Gesteine und damit die Festigkeitseigenschaften, allein gibt sie aber nur eine begrenzte Information über das Verhalten des Sandsteins im Bauwerk. Das Korngefüge, beschrieben durch Median (Md) und den Korngrößenanteil kleiner 0,063 mm (Z), kennzeichnet die beiden betrachteten Sandsteinvarietäten sehr gut; ohne die Berücksichtigung eines die Festigkeit beschreibenden Merkmals würde die Betrachtung zwangsläufig zu Trugschlüssen führen. Über die Diskriminanzanalyse kann man folgende Trennfunktion aufstellen:

$$D(\zeta) = 0,002 v_1 + 24,456 Md - 0,765 Z$$

Wert der Testgröße : $43,659 \gg F_{0,95; 3,38} = 2,85$

Trennwert : 5,526

$$D(\zeta)_{\text{Postaer Sandstein}} > 5,526 > D(\zeta)_{\text{Cottaer Sandstein}}$$

Die Trennbarkeit der beiden Kollektive ist statistisch gesichert. Eine zusätzliche Berücksichtigung der

Kornbindung (B) bringt bei einer linearen Diskriminanzanalyse keine größere statistische Sicherheit, wie eine Berechnung zeigte.

Eine ähnliche Überlegung rechtfertigt es, allein aus dem Median (Md) und der Kornbindung (B) eine Trennfunktion aufzustellen. Man erhält die Gleichung

$$D(\zeta) = 33,483 Md - 42,805 B$$

Wert der Testgröße : $44,796 \gg F_{0,95; 2,39} = 3,24$

Trennwert : 2,993

$$D(\zeta)_{\text{Postaer Sandstein}} > 2,993 > D(\zeta)_{\text{Cottaer Sandstein}}$$

Auch hier ist die Trennbarkeit beider Kollektive statistisch gesichert; durch das Einbeziehen des Korngrößenanteils kleiner 0,063 mm würde keine höhere statistische Sicherheit erreicht. In diesem Falle erhält man eine Zuordnung des Sandsteins über die Korngrößenanalyse und die mikroskopische Bestimmung der Kornbindung.

Schlussfolgerungen aus der Diskriminanzanalyse für die Petrophysik der Sandsteine:

Das Ergebnis der Untersuchungen zeigt, dass Gefügemerkmale und Festigkeitsmerkmale gemeinsam die Eigenschaften der Sandsteine beschreiben. Für die technische Bewertung der Sandsteine ergibt sich daraus die Möglichkeit, über leicht bestimmbare Merkmale – wie die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1) und die Korngrößenverteilung oder die Kornbindung (B) und Korngrößenverteilung – die Eigenschaften eines beliebigen Sandsteins einzuschätzen, indem man ihn über die entsprechende Diskriminanzfunktion dem Postaer oder dem Cottaer Sandstein zuordnet.

3.4 Prüfung der Abhängigkeit einzelner Merkmale von anderen Merkmalen und Merkmalgruppen mittels Regressionsanalyse

So wie die Eigenschaften der Gesteine erst durch die Summe mehrerer Merkmale gekennzeichnet werden, ist anzunehmen, dass auch einzelne Merkmale durch andere Merkmale sowie das Zusammenwirken mehrerer Merkmale ausgedrückt werden können. Zur Prüfung dieser Zusammenhänge bietet sich als Verfahren die Regressionsanalyse an. Bei diesen Untersuchungen, die den Charakter von Experimenten tragen, soll in erster Linie die Wirkung bestimmter, durch messbare Merkmale zu kennzeichnende Einflussfaktoren auf die Merkmale geprüft werden, welche wesentlich die Eigenschaften der Gesteine kennzeichnen. Damit soll versucht werden, für die Festigkeit und die Verwitterungsanfälligkeit eine Modellvorstellung zu entwickeln bzw. bestehende Modellvorstellungen zu überprüfen. Erst in zweiter Linie ist daran gedacht, kompliziertere Prüfmethode durch einfachere zu ersetzen. Zwar zeichnet sich in letzterem eine augenfällige Nutzenanwendung ab, doch die praktische Anwendung von über Regressionen gewonnene Merkmale oder gar Rechengrößen werden meist risikobehaftet sein, und gar ohne fundierte Modellvorstellungen aufgestellte Regressionen können leicht zu Trugschlüssen führen.

Hier sollten Merkmalkombinationen untersucht werden, bei denen sich bereits vorangehend Abhängigkeiten gezeigt haben. Die Untersuchungen erfolgten mittels linearer Korrelations- und Regressionsanalyse. Sie wurden mit dem bereits erwähnten, von Frau G. Thomas für den Rechner Ural 14 ausgearbeiteten Rechenprogramm und unter ihrer aktiven Hilfe durchgeführt.

Da Korrelations- und Regressionsanalyse zu gleichen Aussagen führen, soll nur die für die hier vorliegenden Fragen anschaulichere Regressionsanalyse in ihren Ergebnissen vorgestellt werden. Zunächst wird für die jeweils betrachtete Zielgröße die Regression mit einer unabhängigen Variablen diskutiert. Die Aussagegenauigkeit kennzeichnet dabei die Standardabweichung, die statistische Sicherung bestimmt die Prüfgröße für den Regressionskoeffizienten. Des Weiteren werden partielle Regressionen durchgeführt.

Auch hier kennzeichnet die Standardabweichung die Aussagegenauigkeit; die Signifikanz der Regressionsgleichung beschreibt der multiple Korrelationskoeffizient (er liegt zwischen 0 und +1; ist er 0, dann liegt keine Korrelation vor.) Bei der partiellen Regression wurden die unabhängigen Merkmale der Regressionsgleichung mit der niedrigsten Wertigkeit für die Zielgröße schrittweise ausgesondert, so dass die um dieses Merkmal verringerte neue Regressionsgleichung eine höhere Signifikanz anstrebt. Um die Überschaubarkeit zu erhalten, werden die Merkmale nach ihrer Wertigkeit für die Bestimmung der Zielgröße in den einzelnen Regressionsschritten angegeben und nur die bedeutungsvollsten Regressionsgleichungen vollständig ausgeführt.

Die Festigkeitseigenschaften

Da die Sandsteine des Elbsandsteingebirges vorzugsweise aus Quarz bestehen, sind die Ursachen für eine unterschiedliche Festigkeit zunächst in Gefügeunterschieden zu vermuten. Größe und Ausbildung der Kontaktflächen zwischen den im Verband stehenden Körnern und die Festigkeit der Bindung müssten ausreichen, die Gesteinsfestigkeit zu modellieren; denn bedingt durch die hohe Zugfestigkeit des Quarzes wird ein Bruch im Gestein vorzugsweise den Korngrenzen folgen. Merkmale zur Beschreibung der Kontaktflächen sind Kornbindung (B) und Kornbindungsgröße (B_k), aber auch indirekt die wahre Porosität (P). Die Sortierung (S_o) bedingt u. a. die Packungsdichte des Kornskelettes. Die Festigkeit der Bindung wird unmittelbar durch die Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) beschrieben, die aus der Spaltzugfestigkeit (σ_x) und der wahren Porosität (P) berechnet worden ist. Als ein Merkmal, das indirekt die Festigkeit der Bindung widerspiegelt, kann die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v) aufgefasst werden. Um Fehlschlüsse bei der Interpretation zu vermeiden, muss bei den Korrelations- und Regressionsanalysen darauf geachtet werden, dass mit den Zielgrößen nur solche Merkmale in Beziehung gesetzt werden, die durch eine andere Beanspruchung gewonnen worden sind und in deren Berechnung die Zielgröße nicht eingegangen ist.

Einachsige Würfeldruckfestigkeit, σ_{d1} : Von den Merkmalen Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2), Kornbindungsgröße (B_k), Sortierung (So) weisen mit Ausnahme der Sortierung alle gesicherte Korrelationen zur einachsigen Würfeldruckfestigkeit (σ_{d1}), gemessen senkrecht zur Schichtung, aus.

Die Regressionsgleichungen lauten:

$$\sigma_{d1} = -60,22 + 0,188 v_1$$

Standardabweichung: 109,65
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 3,83 > 2,02 = F'$

$$\sigma_{d1} = -54 + 0,184 v_2$$

Standardabweichung: 107,11
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 3,83 > 2,02 = F'$

$$\sigma_{d1} = 366,29 + 3773,86 B_k$$

Standardabweichung: 110,57
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 3,73 > 2,02 = F'$

$$\sigma_{d1} = 304,66 + 2,05 \xi_r$$

Standardabweichung: 121,34
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 2,16 > 2,02 = F'$

Mit der partiellen Regressionsanalyse wurde folgende Funktion untersucht:

$$\sigma_{d1} = f(v_1, B_k, So, \xi_r)$$

$$\sigma_{d1} = f(v_2, B_k, So, \xi_r)$$

Die Wertigkeit der Merkmale für die Zielgröße gliedert sich in der Reihenfolge:

$$\sigma_{d1} = f(v, B_k, \xi_r, So)$$

$$\sigma_{d1} = f(v, B_k, \xi_r)$$

$$\sigma_{d1} = f(v, B_k)$$

Es kristallisiert sich aus diesen Analysen recht deutlich heraus, dass durch die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2) die einachsige Würfeldruckfestigkeit recht gut ausgedrückt werden kann. Etwa gleichwertig der Longitudinalwellengeschwindigkeit ist die Kornbindungsgröße (B_k) in ihrem Einfluss auf die Würfeldruckfestigkeit, ihr gegenüber tritt die Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) etwas zurück. Eigentümlicherweise hat die Sortierung (So) keinen Einfluss auf die einachsige Würfeldruckfestigkeit.

Für eine indirekte Bestimmung der einachsigen Würfeldruckfestigkeit wären damit Longitudinalwellen-

geschwindigkeit (v), Kornbindungsgröße (B_k) und bedingt auch die Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) geeignet. Durch die Verbindung von Longitudinalwellengeschwindigkeit und Kornbindungsgröße über die partielle Regression kann die Abschätzung der einachsigen Druckfestigkeit verbessert werden.

$$\sigma_{d1} = -49,64 + 0,153 v_1 + 3031,09 B_k$$

Standardabweichung: 92, 42
multipler Korrelationskoeffizient 0,652

$$\sigma_{d1} = 6,21 + 0,138 v_2 + 2517,02 B_k$$

Standardabweichung: 100,80
multipler Korrelationskoeffizient 0,630

Etwas den Rahmen sprengend, aber der Vollständigkeit halber mit zitiert, die gesicherte Regression zwischen der einachsigen Würfeldruckfestigkeit und dem SiO_2 -Anteil aus der chemischen Analyse (Grunert 1977): die Druckfestigkeit steigt mit dem SiO_2 -Anteil. Auf die Mineralzusammensetzung der Gesteine übertragen heißt das, je höher der Quarzanteil und (damit zwangsläufig verbunden) je niedriger der Tonanteil, desto höher die Druckfestigkeit.

$$\sigma_{d1} = -2,79 \cdot 10^3 + 33,78 si$$

Standardabweichung : 105,80
stat. Prüfgr. f. Regr.-Koeff.: $\wedge F = 4,33 > 2,02 = F'$

Biegezugfestigkeit, ρ_{b1}, ρ_{b2} : Analog zur Würfeldruckfestigkeit wurde der Einfluss der Merkmale Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2), Kornbindungsgröße (B_k), Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) und Sortierung (So) auf Biegezugfestigkeit geprüft. Statistisch gesicherte Korrelation und Regression besteht zu den Merkmalen Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2) und Kornbindungsfestigkeit (ξ_r); für Biegezugfestigkeit ρ_{b1} kommt noch die Sortierung (So) hinzu. Eigenartigerweise besteht zur Kornbindungsgröße (B_k) keine gesicherte Korrelation und Regression.

Die gesicherten Regressionsgleichungen lauten:

$$\rho_{b1} = -26,49 + 0,0257 v_1$$

Standardabweichung: 9,77
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 5,89 > 2,02 = F'$

$$\rho_{b1} = -19,80 + 0,0252 v_2$$

Standardabweichung: 9,98
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 5,62 > 2,02 = F'$

$\rho_{b1} = 90,65 - 30,55 S_o$
 Standardabweichung: 12,68
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = -2,068 / > 2,02 = F^*$

$\rho_{b1} = 30,01 + 0,202 \xi_r$
 Standardabweichung: 8,85
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 2,039 > 2,02 = F^*$

$\rho_{b2} = -24,54 + 0,023 v_1$
 Standardabweichung: 8,85
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 5,87 > 2,02 = F^*$

$\rho_{b2} = -25,00 + 0,023 v_2$
 Standardabweichung: 8,19
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 6,85 > 2,02 = F^*$

$\rho_{b2} = 23,99 + 0,213 \xi_r$
 Standardabweichung: 11,28
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 2,413 > 2,02 = F^*$

Der partiellen Regressionsanalyse wurden folgende Funktionen unterworfen:

$$\rho_{b1}, \rho_{b2} = f(v_1, v_2, B_k, S_o, \xi_r)$$

Dabei ergibt sich die Wertigkeit der Merkmale für die Zielgrößen in der Reihenfolge:

| | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $\rho_{b1} = f(v_1, S_o, \xi_r, B_k)$ | $\rho_{b1} = f(v_2, B_k, S_o, \xi_r)$ |
| $\rho_{b1} = f(v_1, S_o, \xi_r)$ | $\rho_{b1} = f(v_2, B_k, S_o)$ |
| $\rho_{b1} = f(v_1, S_o)$ | $\rho_{b1} = f(v_2, B_k)$ |
| $\rho_{b1} = f(v_1)$ | $\rho_{b1} = f(v_2)$ |

| | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $\rho_{b2} = f(v_1, \xi_r, B_k, S_o)$ | $\rho_{b2} = f(v_2, B_k, \xi_r, S_o)$ |
| $\rho_{b2} = f(v_1, \xi_r, B_k)$ | $\rho_{b2} = f(v_2, B_k, \xi_r)$ |
| $\rho_{b2} = f(v_1, \xi_r)$ | $\rho_{b2} = f(v_2, B_k)$ |
| $\rho_{b2} = f(v_1)$ | |

Die Biegezugfestigkeit lässt sich durch die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2), Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) und, bedingt durch die Sortierung (S_o), über statistisch gesicherte Regressionsgleichungen ausdrücken.

Bei der partiellen Regression steht für die Biegezugfestigkeit ρ_{b1} in Verbindung mit v_1 die Sortierung (S_o) in der Wertigkeit vor der Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) und der Kornbindungsgröße (B_k), in Verbindung mit v_2 steht die Kornbindungsgröße (B_k) vor der Sortierung (S_o) und der Kornbindungsfestigkeit (ξ_r). Für

die Biegezugfestigkeit ρ_{b2} steht in Verbindung mit v_1 die Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) vor der Kornbindungsgröße (B_k) und der Sortierung (S_o), in Verbindung mit v_2 steht die Kornbindungsgröße (B_k) vor der Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) und der Sortierung (S_o).

Für eine indirekte Abschätzung der Biegezugfestigkeit kommt damit der Longitudinalwellengeschwindigkeit eine vorrangige Bedeutung zu. Die übrigen hier betrachteten Merkmale sind zwar nicht ohne Einfluss auf die Biegezugfestigkeit, da ihre partiellen Regressionskoeffizienten jedoch nicht statistisch gesichert sind, bringen diese partiellen Regressionsgleichungen keine höhere Aussage. Eine Ausnahme bildet die Regressionsgleichung für ρ_{b2} verbunden mit v_2 und der Kornbindungsgröße B_k :

$\rho_{b2} = -29,65 + 0,027 v_2 - 192,90 B_k$
 Standardabweichung: 7,71
 multipler Korrelationskoeffizient: 0,776

Kohäsion, c: Es wird die Kohäsion mit der Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2), der Porosität (P) und der Rohdichte (ρ_1), der Kornbindungsgröße (B_k) und der Sortierung (S_o) in Beziehung gesetzt. Mit Ausnahme der Sortierung (S_o) stehen alle geprüften Merkmale mit der Kohäsion in statistisch gesichertem Zusammenhang.

Die statistisch gesicherten Regressionsgleichungen lauten:

$c = 2,78 + 0,019 v_1$
 Standardabweichung: 10,04
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 4,32 > 2,02 = F^*$

$c = 0,149 + 0,020 v_2$
 Standardabweichung: 9,40
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 5,18 > 2,02 = F^*$

$c = 120,9 - 2,82 P$
 Standardabweichung: 10,69
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = -3,42 / > 2,02 = F^*$

$c = -172,5 + 111,5 \rho_1$
 Standardabweichung: 10,37
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 3,87 > 2,02 = F^*$

$c = 48,98 + 315,0 B_k$
 Standardabweichung: 10,87
 stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\wedge F = 3,17 > 2,02 = F^*$

Durch die partielle Regressionsanalyse ergab sich folgende Wertigkeit der betrachteten Merkmale in der Bestimmung für die Kohäsion:

$$\begin{aligned} c &= f(v_1, B_k, P, So) \\ c &= f(v_1, B_k, P) \\ c &= f(v_1, B_k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= f(v_1, \rho_1, B_k, So) \\ c &= f(v_1, \rho_1, B_k) \\ c &= f(v_1, \rho_1) \end{aligned}$$

Regressions- und partielle Regressionsanalysen zeigen, dass die Kohäsion durch die Longitudinalwellengeschwindigkeit am besten widerspiegelt wird. Aber auch die das Gefüge beschreibenden Merkmale haben deutlichen Einfluss auf die Kohäsion – mit Ausnahme der Sortierung (So). Porosität (P) und Kornbindungsgröße (B_k) stehen sich in ihrer Wertigkeit sehr nahe, der Kornbindungsgröße kommt jedoch nicht nur aus statistischen Überlegungen eine größere Bedeutung zu. Die Rohdichte (ρ_1) hat scheinbar noch größeren Einfluss auf die Kohäsion, was jedoch darauf zurückzuführen ist, dass sie als Messgröße zur Berechnung der Porosität unmittelbarer Bezug zu den Proben hat als die Porosität.

Für die Abschätzung der Kohäsion können nachfolgende partielle Regressionen angeboten werden:

$$\begin{aligned} c &= 3,60 + 0,017 v_1 + 235,0 B_k \\ \text{Standardabweichung: } &9,35 \\ \text{multipler Korrelationskoeffizient: } &0,650 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= -146,07 + 0,015 v_1 + 78,19 \rho_1 \\ \text{Standardabweichung: } &9,26 \\ \text{multipler Korrelationskoeffizient: } &0,659 \end{aligned}$$

Die Regression zwischen Rohdichte und Kohäsion gilt nur für kieselig gebundene Quarzsandsteine, wie sie hier vorliegen. Für Sandsteine mit einer anderen mineralischen Zusammensetzung der klastischen Komponente oder anderer Bindung verliert sie sofort ihre innere Logik.

Longitudinalwellengeschwindigkeit, v : Der Einfluss von Merkmalen, welche die Packungsdichte beschrei-

ben – wie Rohdichte (ρ_1), Porosität (P) und Sortierung (So) – sowie der Einfluss von Merkmalen, die den Kornverband kennzeichnen – wie Kornbindungsgröße (B_k), Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) und Kohäsion (c) – soll untersucht werden.

Das Resultat zeigt, dass – mit Ausnahme der Sortierung (So) und der Kornbindungsgröße (B_k) für das Merkmal v_1 – statistisch gesicherte Korrelation und Regression bestehen.

Die gesicherten Regressionsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} v_1 &= -1780 + 2243 \rho_1 \\ \text{Standardabweichung: } &329,6 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,43 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 4230 - 61,50 P \\ \text{Standardabweichung: } &330,0 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = /-2,42/ > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 1906 + 16,4 c \\ \text{Standardabweichung: } &291,6 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 4,32 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 2352 + 6,03 \xi_r \\ \text{Standardabweichung: } &331,7 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,33 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= -2334 + 2523 \rho_1 \\ \text{Standardabweichung: } &354,5 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,56 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 4336 - 65,12 P \\ \text{Standardabweichung: } &358,2 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = /-2,36/ > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 2616 + 9139 B_k \\ \text{Standardabweichung: } &348,5 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,86 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 1726 + 19,9 c \\ \text{Standardabweichung: } &285,9 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 5,18 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 2233 + 7,75 \xi_r \\ \text{Standardabweichung: } &348,8 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,84 > 2,02 = F' \end{aligned}$$

In den einzelnen Schritten der partiellen Regressionsanalyse zeichnet sich die folgende Wertigkeit der

einzelnen Merkmale für die Bestimmung der Zielgröße ab:

$$\begin{aligned} v_1 &= f(c, So, P, B_k) \\ v_1 &= f(c, So, P) \\ v_1 &= f(c, So) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= f(c, So, \rho_1, B_k) \\ v_1 &= f(c, So, \rho_1) \\ v_1 &= f(c, So) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= f(c, So, B_k, P) \\ v_2 &= f(c, So, B_k) \\ v_2 &= f(c, So) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= f(c, So, B_k, \rho_1) \\ v_2 &= f(c, So, B_k) \\ v_2 &= f(c, So) \\ v_2 &= f(c) \end{aligned}$$

Hier erlangt die Sortierung in Verbindung mit der Kohäsion eine Wertigkeit für die Longitudinalwellengeschwindigkeit, die höher ist als die der übrigen Merkmale – die Kohäsion ausgenommen.

Man erhält als statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichung:

$$\begin{aligned} v_1 &= 2902 + 15,9 c - 676 So \\ \text{Standardabweichung: } &280,7 \\ \text{Multipler Korrelationskoeffizient: } &0,621 \end{aligned}$$

Für die Longitudinalwellengeschwindigkeit v_2 wird keine statistisch gesicherte partielle Regression erreicht.

Die Gefügeeigenschaften

Wesentliche Eigenschaften der Sandsteine werden durch den Porenraum bedingt. Es soll versucht werden, Rohdichte (ρ_1), Porosität (P) und Sättigungsbeiwert (S), Permeabilität (K) und kapillarer Anstieg (h_k) durch einfachere Gefügemerkmale auszudrücken. Besondere Aufmerksamkeit wird dem Masseverlust beim Kristallisationsversuch gewidmet. Für die Auswahl der unabhängigen Variablen war zunächst eine visuelle Eingrenzung in Betracht kommender Merkmale vorgenommen worden.

Anteil des SiO_2 , si und des Al_2O_3 , al : Bei klastischen Sedimenten von hohem Reifegrad ist eine Abhängigkeit von Mineralbestand bzw. Chemismus und Gefügemerkmalen naheliegend. Die gesicherten Regressionsgleichungen mit den chemischen Hauptkomponenten als Zielgröße bestätigen dies.

$$\begin{aligned} si &= -162,89 + 97,59 \rho_2 \\ \text{Standardabweichung: } &1,98 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,63 > 2,02 = F^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} si &= 101,11 + 3,01 \ln Md \\ \text{Standardabweichung: } &1,05 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 11,23 > 2,02 = F^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} si &= 99,96 - 1,71 al \\ \text{Standardabweichung: } &0,642 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = |-20,13| > 2,02 = F^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln al &= -0,499 + 0,626 \ln Z \\ \text{Standardabweichung: } &0,33 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 10,18 > 2,02 = F^* \end{aligned}$$

Die Reindichte kann als Kontrolle der chemischen Analyse dienen, die Korrelation ist zwingend. Al_2O_3 ist hauptsächlich an das tonige Zwischenmittel (Z) gebunden, das neben Quarz aus Illit bzw. Hydroglimmern und Kaolinit besteht. Demzufolge muss mit steigendem Median der Korngrößenverteilung auch der SiO_2 -Gehalt zunehmen und mit steigendem Zwischenmittelgehalt (Z) der Al_2O_3 -Gehalt. Beachtlich ist, dass bei dem extrem unterschiedlichen Verhältnis zwischen Al_2O_3 -Gehalt und SiO_2 -Gehalt die Regression plausible Ergebnisse bringt. Das darf aber nicht zu dem Gedanken verführen, die chemische Analyse durch die Siebanalyse zu ersetzen.

Rohdichte, ρ_1 : Für die Rohdichte könnte man eine Abhängigkeit von der Reindichte (ρ_2), dem Median (Md), der Kornbindung (B) und der Sortierung (So) vermuten. Die statistische Analyse bestätigte jedoch nur für den Median (Md) die gesicherte Korrelation und Regression.

Die Regressionsgleichung lautet:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 2,03 + 0,143 Md \\ \text{Standardabweichung: } &0,052 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 2,71 > 2,02 = F^* \end{aligned}$$

Auch in den Schritten der partiellen Regressionsanalyse spiegelt sich die gleiche Aussage wider:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= f(Md, B, So, \rho_2) \\ \rho_1 &= f(Md, B, So) \\ \rho_1 &= f(Md, B) \\ \rho_1 &= f(Md) \end{aligned}$$

Grunert, S.

Es gibt also für die gewählte Merkmalskombination keine statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichung. Interesse verdient jedoch die partielle Regressionsgleichung, die Median (Md), Kornbindung (B) und Sortierung (So) miteinander verbindet. Obwohl die partiellen Regressionskoeffizienten für Kornbindung und Sortierung nicht statistisch gesichert sind, sollen sie hier angegeben werden:

$$P_1 = 2,03 + 0,143 \text{ Md} - 8,65 \cdot 10^{-3} \text{ B} + 5,27 \times 10^{-3} \text{ So}$$

Standardabweichung: 0,054
Multipler Korrelationskoeffizient: 0,394

Median (Md) und Sortierung (So) gehen mit positivem, die Kornbindung mit negativem Koeffizienten in die Gleichung ein; eine Tatsache, die später noch diskutiert werden soll.

Porosität (P): Es wurde die Abhängigkeit der Porosität (P) von der Kornbindung (B), dem Median (Md), der Sortierung (So) und dem Zwischenmittel (Z) geprüft. Dabei zeigte es sich, dass von den genannten Merkmalen lediglich der Median (Md) statistisch gesicherte Korrelation und Regression zur Porosität aufweist.

Die Regressionsgleichung lautet:

$$P = 23,52 - 4,91 \text{ Md}$$

Standardabweichung: 1,91
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\hat{F} = |-2,55| > 2,02 = F'$

Auch die partielle Regressionsanalyse weist keine statistisch gesicherten Beziehungen der übrigen Merkmale zur Porosität aus. Die Wertigkeit dieser Merkmale für die Porosität zeigt ihr Ausfallen in den einzelnen Regressionsschritten:

$$P = f(\text{Md}, \text{So}, \text{Z}, \text{B})$$

$$P = f(\text{Md}, \text{So}, \text{Z})$$

$$P = f(\text{Md}, \text{Z})$$

$$P = f(\text{Md})$$

Um die Vorzeichen zu demonstrieren, mit denen die einzelnen Merkmale in die Regression eingehen, soll die folgende Gleichung genannt werden, von der lediglich der partielle Regressionskoeffizient des Medians (Md) statistisch gesichert ist:

$$P = 25,34 - 9,53 \text{ Md} + 0,392 \text{ So} - 0,164 \text{ Z} - 0,272 \text{ B}$$

Standardabweichung: 1,90
multipler Korrelationskoeffizient: 0,460

Sättigungsbeiwert, S: Der Sättigungsbeiwert (S) wurde zu Kornbindungsgröße (B_k), Median (Md) und Sortierung (So) in Beziehung gesetzt. Zu keinem der Merkmale bestehen statistisch gesicherte Korrelation oder Regression. Auch in der partiellen Regression wurde mit diesen Merkmalen keine statistische Sicherung erreicht. Aus diesem Grunde werden die berechneten Regressionsgleichungen hier nicht angegeben; es sei nur vermerkt, dass Kornbindungsgröße (B_k) und Median (Md) negativ, die Sortierung (So) positiv in die Regression eingeht, die Kornbindungsgröße (B_k) hat die höchste, die Sortierung (So) die niedrigste Wertigkeit für den Sättigungsbeiwert (S).

Permeabilität, K: Nach Tunn (1966, zit. Marsal 1967) und v. Engelhardt (1960) folgt die Permeabilität logarithmischen Verteilungsgesetzen. Aus diesem Grunde wurden Korrelation und Regression sowohl für „K“ als auch für „ln K“ zu den Merkmalen Kornbindung (B), Porosität (P), Median (Md), Sortierung (So) und Zwischenmittel (Z) untersucht. Lediglich für den Median (Md) und das Zwischenmittel (Z) wurden statistisch gesicherte Korrelation und Regression zur Permeabilität nachgewiesen. Sortierung (So), Kornbindung (B) und Porosität (P) gehen positiv in die Regression ein, erreichen jedoch keine statistische Sicherung.

Die statistisch gesicherten Regressionsgleichungen lauten:

$$K = -250,34 + 4,48 \cdot 10^3 \text{ Md}$$

Standardabweichung: $8,71 \times 10^2$
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\hat{F} = 5,09 > 2,02 = F'$

$$\ln K = 4,02 + 7,19 \text{ Md}$$

Standardabweichung: 1,14
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\hat{F} = 6,21 > 2,02 = F'$

$$K = 1,76 \cdot 10^3 - 120,35 \text{ Z}$$

Standardabweichung: $8,98 \cdot 10^2$
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\hat{F} = |-4,69| > 2,02 = F'$

$$\ln K = 7,51 - 0,233 \text{ Z}$$

Standardabweichung: 0,957
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\hat{F} = |-8,51| > 2,02 = F'$

In Verbindung mit dem Median (Md) erlangt in der partiellen Regression die Porosität (P), die allein in keiner statistisch gesicherten Beziehung zur Permeabilität steht, eine hohe Wertigkeit. Bei der linearen Regression fällt der Wert des Zwischenmittels bereits im zweiten Regressionsschritt weg, während man für logarithmische Regression eine gesicherte partielle Regressionsgleichung aus Zwischenmittel (Z), Porosität (P) und Median (Md) erhält:

$$\begin{aligned} K &= f(\text{Md}, P, B, Z, \text{So}) & \ln K &= f(Z, P, \text{Md}, B, \text{So}) \\ K &= f(\text{Md}, P, B, Z) & \ln K &= f(Z, P, \text{Md}, B) \\ K &= f(\text{Md}, P, B) & \ln K &= f(Z, P, \text{Md}) \\ K &= f(\text{Md}, P) \end{aligned}$$

Die statistisch gesicherten partiellen Regressionsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} K &= -4,82 \cdot 10^3 + 194,17 P + 5,44 \cdot 10^3 \text{Md} \\ \text{Standardabweichung: } &7,98 \times 10^2 \\ \text{multipler Korrelationskoeffizient: } &0,709 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln K &= 0,298 - 0,151 Z + 0,249 P + 4,22 \text{Md} \\ \text{Standardabweichung: } &0,844 \\ \text{multipler Korrelationskoeffizient: } &0,858 \end{aligned}$$

Auch die hier vorgelegten Analysen bestätigen die Feststellung von Tunn und v. Engelhardt; zwar erreichen die linearen Regressionen statistische Sicherung, die logarithmischen Regressionsgleichungen sind jedoch in jedem Falle höher statistisch gesichert.

Kapillarer Anstieg, h_k : Da der kapillare Anstieg – ein loses Haufwerk nicht mit Wasser reagierender Kugeln vorausgesetzt – in mathematischer Beziehung zum Querschnitt der Kapillaren und zur Korngröße steht, wurde ein breiteres Spektrum von Gefügewerten in die statistische Analyse einbezogen: Median (Md), Sortierung (So) und Zwischenmittel (Z) von den Merkmalen der Korngrößenverteilung, die Kornbindung (B) und die Kornbindungsgröße (B_k) von den Merkmalen der Bindungsverhältnisse – und schließlich die wahre Porosität (P), die Permeabilität (K) und ihr Logarithmus ($\ln K$) als die Porosität beschreibende Merkmale. Mit Ausnahme der Sortierung (So), der Kornbindung (B) und der wahren Porosität (P) besteht zwischen dem kapillaren Anstieg und diesen Gefügemerkmalen statistisch gesicherte Korrelation und Regression.

Die statistisch gesicherten Regressionsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} h_k &= 124,49 + 476,78 \text{Md} \\ \text{Standardabweichung: } &100,51 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 4,69 > 2,02 = F^{\wedge} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_k &= 375,25 - 18,25 Z \\ \text{Standardabweichung: } &73,94 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = -8,64 / > 2,02 = F^{\wedge} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_k &= 136,97 + 3,85 \cdot 10^3 B_k \\ \text{Standardabweichung: } &106,05 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 3,96 > 2,02 = F^{\wedge} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_k &= 187,27 + 0,068 K \\ \text{Standardabweichung: } &99,54 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 4,82 > 2,02 = F^{\wedge} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_k &= -126,13 + 63,60 \ln K \\ \text{Standardabweichung: } &72,48 \\ \text{stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: } &^{\wedge}F = 8,90 > 2,02 = F^{\wedge} \end{aligned}$$

Den stärksten Einfluss auf den kapillaren Anstieg haben das Zwischenmittel (Z) und die Permeabilität ($\ln K, K$); ihnen folgt der Median (Md). Das bestätigt auch die partielle Regressionsanalyse, mit der die folgenden Funktionen untersucht worden sind:

$$\begin{aligned} h_k &= f(Z, P, K, B_k) & h_k &= f(Z, \ln K, P, B_k) \\ h_k &= f(Z, P, K) & h_k &= f(Z, \ln K, P) \\ h_k &= f(Z, P) & h_k &= f(Z, \ln K) \\ h_k &= f(Z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_k &= f(\text{Md}, \text{So}, B) \\ h_k &= f(\text{Md}, \text{So}) \\ h_k &= f(\text{Md}) \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich folgende statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichung:

$$\begin{aligned} h_k &= 99,00 - 9,69 Z + 36,76 \ln K \\ \text{Standardabweichung: } &65,86 \\ \text{multipler Korrelationskoeffizient: } &0,854 \end{aligned}$$

Masseverlust beim Kristallisationsversuch, K_f : Der Kristallisationsversuch modelliert den Verwitterungsprozess. Es soll untersucht werden, inwieweit Merkmale der Verbandsfestigkeit [Kohäsion (c), Kornbin-

dungsfestigkeit (ξ_r), Kornbindungsgröße (B_k), Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2) des Korngefüges [Zwischenmittel (Z)] und des Porengefüges [Sättigungsbeiwert (S)] Aussagen über die Verwitterungsbeständigkeit erlauben. Korrelations- und Regressionsanalyse zeigen, dass alle diese Merkmale in einer statistisch gesicherten Beziehung zum Masseverlust beim Kristallisationsversuch (K_r) stehen.

Die statistisch gesicherten Regressionsgleichungen lauten im einzelnen:

$$K_r = 1,57 - 0,021 c$$

Standardabweichung: 0,357
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = /-4,45/ > 2,02 = F'$

$$K_r = 1,10 - 8,62 \cdot 10^{-3} \xi_r$$

Standardabweichung: 0,399
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = /-2,76/ > 2,02 = F'$

$$K_r = 0,796 - 14,37 B_k$$

Standardabweichung: 0,359
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = /-4,37/ > 2,02 = F'$

$$K_r = 1,49 - 3,91 \cdot 10^{-4} v_1$$

Standardabweichung: 0,413
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = /-2,12/ > 2,02 = F'$

$$K_r = 1,90 - 5,29 \cdot 10^{-4} v_2$$

Standardabweichung: 0,386
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = /-3,31/ > 2,02 = F'$

$$K_r = -0,017 + 0,057 Z$$

Standardabweichung: 0,301
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = 6,62 > 2,02 = F'$

$$K_r = -2,67 + 4,05 S$$

Standardabweichung: 0,321
stat. Prüfgr. f. Regr.- Koeff.: $\Delta F = 5,80 > 2,02 = F'$

Der große Einfluss des Zwischenmittels (Z) und des Sättigungsbeiwertes (S) auf den Masseverlust beim Kristallisationsversuch (K_r) ist bereits aus der Regressionsanalyse ersichtlich. Für die partielle Regressionsanalyse wurden diese beiden Merkmale mit Merkmalen der Verbandsfestigkeit kombiniert. Dabei wurden allerdings keine statistisch gesicherten partiellen Regressionsgleichungen erzielt, in die diese Festigkeitsmerkmale mit eingegangen wären. Bei jeder getesteten Merkmalkombination ergab nur die Kombination

von Zwischenmittel (Z) und Sättigungsbeiwert eine statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichung. Die aufgestellten Gleichungen und deren einzelne Regressionschritte lassen die Wertigkeit der Merkmale für den Masseverlust beim Kristallisationsversuch erkennen; dabei gehen die Festigkeitsmerkmale in jedem Falle negativ in die partiellen Regressionsgleichungen ein:

$$K_r = f(Z, S, B_k, c) \qquad K_r = f(Z, S, \xi_r, B_k)$$

$$K_r = f(Z, S, B_k) \qquad K_r = f(Z, S, \xi_r)$$

$$K_r = f(Z, S) \qquad K_r = f(Z, S)$$

$$K_r = f(Z, S, B_k, v_1) \qquad K_r = f(Z, S, v_2, B_k)$$

$$K_r = f(Z, S, B_k) \qquad K_r = f(Z, S, v_2)$$

$$K_r = f(Z, S) \qquad K_r = f(Z, S)$$

Die statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichung lautet:

$$K_r = -1,99 + 2,75 S + 0,042 Z$$

Standardabweichung: = 0,242
multipler Korrelationskoeffizient: 0,837

Unter den Festigkeitsmerkmalen kommt bei der partiellen Regression die Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) der statistischen Sicherung des Regressionskoeffizienten noch am nächsten; der Vollständigkeit halber soll sie mit aufgeführt werden:

$$K_r = -1,65 - 2,75 \cdot 10^{-3} \xi_r + 2,64 S + 0,040 Z$$

Standardabweichung: 0,239
multipler Korrelationskoeffizient: 0,845

Schlussfolgerung aus der Regressionsanalyse zur Petrophysik der Sandsteine

Bei der Auswertung von Korrelations- und Regressionsanalysen muss man sich vergegenwärtigen, dass es sich hierbei um mathematische Verfahren handelt, die rein mechanisch Kollektive von Merkmalen zueinander in Beziehung setzen. Daraus ergibt sich, dass auch Merkmale ohne inneren Zusammenhang – also absolut zufällig – miteinander korrelieren können. Andererseits ist es aber auch möglich, dass die statistische Analyse trotz physikalischen Zusammenhanges eine

Korrelation ablehnt. Ersteres ist bei den vorliegenden Untersuchungen dadurch eingegrenzt worden, dass nur solche Merkmale in die Analyse einbezogen worden sind, die auch im physikalischen Sinne mit der Zielgröße in Zusammenhang stehen können. Ursache für die zweite Möglichkeit kann beispielsweise eine zu geringe Probenanzahl oder zu große Streuung der Messwerte, und damit in der statistischen Methodik, begründet sein. Die hohe Streuung der Messwerte ist ein Charakteristikum der Natursteinprüfung. Ihre Ursache ist keinesfalls allein in Messfehlern zu suchen. Auch bei relativ großen Prüfkörpern muss man damit rechnen, dass sie den Homogenitätsbereich des Gesteins nicht vollständig erfassen; ja, dass von Block zu Block innerhalb einer Schicht und von Zentimeter zu Zentimeter innerhalb eines Blockes reale Unterschiede in den Eigenschaften des Gesteins auftreten können. Da es aus versuchstechnischen Gründen bei den meisten Merkmalen nicht möglich ist, sie an ein und demselben Prüfkörper zu messen, muss man zwangsläufig damit rechnen, dass mitunter Werte zueinander in Beziehung gesetzt werden, die an Material mit abweichenden Eigenschaften bestimmt worden sind. Durch das hier vorgenommene Mitteln der Messwerte für die Eingangsgrößen der statistischen Untersuchungen kann dieser Effekt eingeschränkt- aber nicht ausgeschaltet werden.

Unbedingt zu beachten ist, dass Korrelation und Regression nur zwischen dem kleinsten Wert (x_{\min}) und dem größten Wert (x_{\max}) der untersuchten Merkmalkollektive Gültigkeit haben (Tabelle 2). Das gilt insbesondere bei den Regressionsgleichungen, sowohl für die Zielgröße als auch die unabhängigen Variablen. Da die Regressionen, bei einer größeren Spannweite der Merkmale als der vorliegenden, von der hier berechneten Linearität abweichen können, muss man damit rechnen, dass sich dann auch die Korrelationskoeffizienten grundlegend ändern können und in Einzelfällen sogar deren Vorzeichen. Bei der Besprechung der einzelnen Eigenschaften wird auf diese Möglichkeit hingewiesen werden.

Die Festigkeitseigenschaften: Obwohl hier nicht näher behandelt, soll darauf hingewiesen werden, dass die Korrelationsanalyse statistisch gesicherte Abhängigkeiten zwischen allen unabhängig voneinander gemessenen Merkmalen der Festigkeitseigenschaften – also

Druckfestigkeit, Spaltzug- und Spaltdruckfestigkeit sowie Biegezugfestigkeit – ausgewiesen hat.

Die Grundannahme für die Modellierung der Festigkeitseigenschaften geht davon aus, dass sich die Gesteinsfestigkeit aus der Festigkeit der Einzelkörner und der Festigkeit des Kornverbandes zusammensetzt. Ihr folgen auch die bisher publizierten Gesteinsmodelle (z. B. Schön 1974). Da die vorliegenden Sandsteine zu über 90 % aus Quarz bestehen, kann die Festigkeit der Einzelkörner als konstant angesehen werden- und, da der Bruch meistens an den Korngrenzen erfolgt, hier als eliminierbar. Damit reduziert sich das Modell für unsere Betrachtung auf die Festigkeit des Kornverbandes.

Bei der Aufstellung der Regressionsgleichungen wurden Merkmale des Gefüges, die über die Verbandsfestigkeit Auskunft geben können, auf ihre Aussagefähigkeit für die Merkmale der Gesteinsfestigkeit hin geprüft. Es sind dies die Kornbindungsgröße (B_k), die Kornbindungsfestigkeit (ξ) und bedingt die Sortierung (S_o). Dabei zeigt es sich, dass die Kornbindungsfestigkeit zu allen Festigkeitsmerkmalen in statistisch gesicherter Beziehung steht. Für die Kohäsion (c) wurde an die Stelle der Kornbindungsfestigkeit die Porosität (P) gestellt, um nicht zwei Merkmale mit gleichen Eingangsgrößen in einer Regressionsgleichung zu vereinigen. Auch in diesem Falle wurde eine statistisch gesicherte Regressionsgleichung erzielt. Die Standardabweichungen der Regressionsgleichung liegen in der Größenordnung der Standardabweichungen für die Kollektive der jeweiligen Zielgröße (Tabelle 2). Etwas niedriger – und damit günstiger – liegen die Standardabweichungen für die Festigkeitsmerkmale bei den Regressionsgleichungen mit der Kornbindungsgröße (B_k). Diese ergab jedoch nur für die Druckfestigkeit und die Kohäsion statistisch gesicherte Regressionsgleichungen, nicht aber für die Biegezugfestigkeit. Mechanisch ist diese Aussage vorstellbar: Die Kornbindungsgröße ist ein Maß für die Größe der Fläche, über die einwirkende Kräfte von Korn zu Korn übertragen werden; sie gibt nicht unmittelbar Auskunft über die Festigkeit der Bindung. Damit wird die Kornbindungsgröße bei der Aufnahme von Druckkräften stärker wirksam als bei der Aufnahme von Zugkräften. Die Sortierung (S_o), die auf die mögliche Packungsdichte des Korngefüges Einfluss hat, erweist

sich als wenig geeignetes Merkmal für die Abbildung der Gesteinsfestigkeit. Nur in einem Falle wurde eine statistisch gesicherte Regressionsgleichung erhalten (ρ_{b1}), und diese erscheint problematisch. Bereits bei der Prüfung der Repräsentanz der Merkmale (Abschnitt 3.2.) konnte gezeigt werden, dass sie die Gesteinseigenschaften nur wenig widerspiegelt.

Den Gefügemerkmalen steht als indirektes Prüfergebnis die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v) gegenüber. Sie steht zu den Festigkeitsmerkmalen in statistisch gesicherter Beziehung. Die mit ihr gebildeten Regressionsgleichungen zur Bestimmung der Festigkeitsmerkmale zeigen eine niedrigere Standardabweichung als die mit den Gefügemerkmalen gebildeten. Das ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass die Longitudinalwellengeschwindigkeit einen ausgeprägten Summeneffekt misst und dadurch für die Proben repräsentative Werte liefert.

Durch die partielle Regressionsanalyse wurde versucht, über eine Kopplung von Longitudinalwellengeschwindigkeit und die oben besprochenen Gefügemerkmale eine Verbesserung der Regressionsgleichungen zu erzielen. Zunächst zeigt sich auch hier die höhere Wertigkeit der Longitudinalwellengeschwindigkeit für die Festigkeitsmerkmale. Die Wertigkeit der Gefügemerkmale in Verbindung mit der Longitudinalwellengeschwindigkeit ist unterschiedlich. Jedoch kommt der Kornbindungsgröße (B_k) auch hier eine vorrangige Bedeutung zu. Sie ergibt in Verbindung mit der Longitudinalwellengeschwindigkeit für die Druckfestigkeit (σ_{d1}), die Biegezugfestigkeit (ρ_{b2}) und die Kohäsion (c) statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichungen. Für die Kohäsion gibt es noch statistisch gesicherte partielle Regressionsgleichungen, in denen die Longitudinalwellengeschwindigkeit verbunden wird mit der Rohdichte (ρ_1) oder der Porosität (P). In jedem Falle liegt die Standardabweichung der partiellen Regressionsgleichungen niedriger als die der entsprechenden Regressionsgleichungen.

Die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v) wird bestimmt durch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den Körnern ($v_{1, \text{Quarz}} = 5 \cdot 10^3$ m/s), im Porenraum ($v_{1, \text{Luft}} = 3,3 \cdot 10^2$ m/s) und in den Kontaktstellen zwischen den Körnern. Aus dieser Überlegung leitet sich die Annahme ab, dass die Longitudinalwellengeschwindigkeit durch Rohdichte (ρ_1), Porosität (P),

Sortierung (S_o), Kornbindungsgröße (B_k) und Kornbindungsfestigkeit (ξ_r) modelliert werden kann, also durch Merkmale, die entweder die Packungsdichte oder die Kornbindung beschreiben. Für die Sortierung (S_o) und – im Falle (v_1) – auch für die Kornbindungsgröße (B_k) – wurden keine statistisch gesicherten Regressionsgleichungen erhalten. Der geringe Einfluss der Sortierung auf die Longitudinalwellengeschwindigkeit bestätigt das bisherige Ergebnis; für die Kornbindungsgröße kann hier eine zufällige Abweichung das Resultat beeinflusst haben. Die mit der Kohäsion gebildete Regressionsgleichung weist die niedrigste Standardabweichung auf; die statistische Prüfgröße für den Regressionskoeffizienten ist am größten. Beides sind Hinweise darauf, dass der Einfluss der Kohäsion auf die Longitudinalwellengeschwindigkeit von den getesteten Merkmalen am stärksten ist.

Die partielle Regressionsanalyse bestätigt zunächst den hohen Einfluss der Kohäsion auf die Longitudinalwellengeschwindigkeit. Überraschend ist jedoch, dass in Verbindung mit der Kohäsion die Sortierung (S_o) eine höhere Wertigkeit erhält als die übrigen Merkmale. Für (v_1) wird aus den Merkmalen Kohäsion und Sortierung eine statistisch gesicherte Regressionsgleichung gebildet, die eine etwas niedrigere Standardabweichung ausweist als die übrigen Regressionsgleichungen. Die Sortierung geht dabei negativ in die Regressionsgleichung ein, das bedeutet – je breiter das Kornspektrum ist, desto niedriger ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Die Gefügeeigenschaften: Bei der Modellierung der Gefügeeigenschaften wurde ausschließlich auf das Porengefüge orientiert. Es bestimmt die Dämmeigenschaften des Sandsteins sowie die Diffusions- und Strömungsprozesse, die in ihm stattfinden und damit auch Verwitterungsprozesse, die den Sandstein zerstören können. Auch hier sind zunächst die Materialeigenschaften der Körner selbst als konstante Parameter anzusehen, die von den Merkmalen der Korngrößenverteilung und denen der Kornbindungsverhältnisse überlagert werden.

Rohdichte (ρ_1) und Porosität (P) lassen sich in gesicherten Regressionsgleichungen nur durch den Median (M_d) ausdrücken. Mit zunehmendem Median, d. h. mit zunehmender mittlerer Korngröße, steigt die Rohdichte und sinkt die Porosität. Der gegenläufige Charakter ist logisch, setzt allerdings Quarzsandsteine

ähnlicher Bindungsart und ähnlicher Sortierung der Korngrößenverteilung voraus. Die Kornbindung und die Sortierung zielen auch in den partiellen Regressionsgleichungen keine statistische Sicherung. Interessant ist, dass in die nicht gesicherten Regressionsgleichungen für die Rohdichte (ρ_1) die Kornbindung (B) negativ und die Sortierung (So) positiv eingehen. Letzteres ist vorstellbar, steht aber zu dem Vorzeichen der Sortierung in der partiellen Regressionsgleichung der Longitudinalwellengeschwindigkeit im Widerspruch. Das negative Vorzeichen der Kornbindung in der partiellen Regressionsgleichung der Rohdichte widerspricht der physikalischen Modellvorstellung. Für das unterschiedliche Reagieren der Sortierung bei der Regression ist wahrscheinlich die geringe Spannweite dieses Merkmalkollektivs verantwortlich zu machen; der Widerspruch im Vorzeichen der Kornbindung ist darin zu suchen, dass dieses Merkmalkollektiv nicht normal verteilt ist (Tabelle 2). Es wurde deshalb auch nur dann in die Regressionsanalyse einbezogen, wenn die Kornbindungsgröße eine Doppelung der Eingangsgrößen verursacht hätte.

Der Sättigungsbeiwert (S) ist weder durch die Kornbindungsgröße (B_k) noch den Median (Md) oder die Sortierung (So) modellierbar. Zum Zwischenmittel (Z) weist die Korrelationsanalyse eine statistisch gesicherte Beziehung aus, von der Berechnung einer Regressionsgleichung wurde jedoch abgesehen.

Für die Permeabilität (K) wurde bei der Aufstellung der Regressionsgleichungen von der Annahme ausgegangen, dass sie von dem Porenraum und dieser von dem Korngefüge und den Bindungsverhältnissen bestimmt wird. Die Regressionsanalyse lehnt jedoch eine Abhängigkeit der Permeabilität von der Porosität (P), der Sortierung (So) und der Kornbindung (B) ab. Über die geringe Wertigkeit von Sortierung und Kornbindung ist schon bei anderen Regressionsanalysen diskutiert worden, hier gilt analog das gleiche. Die Ablehnung des Einflusses der Porosität wird sofort verständlich, wenn man bedenkt, dass nicht das prozentuale Porenvolumen, sondern die Porengröße die Permeabilität bestimmt. Die Porengröße wird aber von der Größe der den Sandstein aufbauenden Körner bzw. der Größe der Partikel, die das Kornskelett aufbauen, und dem Anteil des Zwischenmittels, der die Porenkanäle einengt, bestimmt. So erklären sich die recht gut gesicherten Re-

gressionsgleichungen für die Permeabilität, in die der Median (Md) als positive und das „Zwischenmittel“ (Z) als negative unabhängige Variable eingeht. Da sich die Verteilung der Permeabilität durch eine logarithmische Funktion besser beschreiben lässt, erhält man auch für „ln K“ eine höhere statistische Sicherung der Regressionsgleichungen.

Vereinigt man die oben diskutierten Merkmale in einer partiellen Regressionsgleichung, dann verändert sich die Wertigkeit der Merkmale in ihrem Einfluss: Für „K“ ergeben Median (Md) und Porosität (P) als unabhängige Variable eine statistisch gesicherte Regressionsgleichung, für „ln K“ ergeben Zwischenmittel (Z), Porosität (P) und Median (Md) eine gesicherte Regressionsgleichung. Damit wird das oben entworfene Bild deutlich unterstrichen: je größer die Korngröße des Sandsteins, d.h. je lockerer die Packung und je geringer das Zwischenmittel ist, desto höher ist die Durchlässigkeit.

Noch überraschender ist das Ergebnis der Regressionsanalyse für den kapillaren Anstieg (h_k) als Zielgröße, da es scheinbar den physikalischen Gesetzen widerspricht: mit steigendem Median der Korngrößenverteilung (Md), mit sinkendem Feinkornanteil (Zwischenmittel Z) und zunehmender Permeabilität (K) nimmt der kapillare Anstieg zu. Die Deutung dieser Erscheinung schließt an das für die Durchlässigkeit gewonnene Modell an. Der Sandstein wird von einem Kornskelett aufgebaut, das durch die Diagenese starr miteinander verwachsen ist. Das Zwischenmittel sitzt in den Kornwickeln und engt den Porenraum ein. Steigt in dem Gestein Wasser kapillar auf, dann lagert sich das Wasser an die Tonkomponenten des Zwischenmittels an – es quillt sie auf und dichtet damit den Porenraum ab. Der Kapillardruck ist natürlich vorhanden, aber durch die Zunahme des Zwischenmittelvolumens wird die Permeabilität so weit herabgesetzt, dass die nachströmende Flüssigkeit für einen weiteren Aufstieg nicht ausreicht, sondern verdunstet. Sicher beeinflussen den kapillaren Anstieg zusätzlich oberflächenphysikalische Effekte, die zwischen Tonsubstanz und Wasser im Porenraum wirken und vom Elektrolytgehalt des Porenwassers abhängig sind (Kul'čickij & Ta'cenko 1975).

Der Kristallisationsversuch bildet für die Sandsteine vollwertig die Verwitterungsprozesse nach. Er wirkt nur

mit höherer Intensität, so dass der Zeitfaktor gerafft wird. Der Masseverlust beim Kristallisationsversuch (K_c) charakterisiert damit die Verwitterungsempfindlichkeit der Sandsteine. Die Regressionsanalyse weist eindeutig aus, dass mit zunehmender Festigkeit des Korngefügeverbandes – gemessen durch die Kohäsion (c), die Kornbindungsfestigkeit (ξ_p), die Kornbindungsgröße (B_k) und indirekt durch die Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1, v_2) – die Verwitterungsbeständigkeit zunimmt; mit steigendem Feinkornanteil (Z) und steigendem Sättigungsbeiwert (S) nimmt sie ab. Die partielle Regressionsanalyse zeigt, dass dabei dem Sättigungsbeiwert (S) und dem Zwischenmittel (Z) eine vorrangige Bedeutung zukommen.

Das aus den Beobachtungen hergeleitete Strukturmodell der Sandsteine ist für die Interpretation der Festigkeitseigenschaften ebenso geeignet wie für die Deutung des Verwitterungsverhaltens. Die hier vorgestellten Regressionen orientierten darauf, den Einfluss der Merkmale zu demonstrieren, durch welche Bindungsverhältnisse im Korngerüst beschrieben werden. Ganz analoge Beziehungen liegen auch zwischen Festigkeitseigenschaften und Korngrößenverteilung vor. So weist der Korrelationskoeffizient

$$|r| = 0,533 / > F = 0,304$$

einen statistisch gesicherten Zusammenhang zwischen Kohäsion (c) und Zwischenmittel (Z) aus. Die Festigkeit des Sandsteins wird durch die Korn-an-Korn-Bindung des Kornskeletts bewirkt. Je höher der Zwischenmittelanteil ist, desto geringer wird die Bindung und damit die Festigkeit (was nicht ausschließt, dass es auch Sandsteine mit einem niedrigeren Zwischenmittelanteil und nur schwacher Kornbindung gibt; es sind die nicht kantefesten, meist etwas grobkörnigeren Sandsteine, die Ausreißer in dieser Statistik bilden). Der höhere Zwischenmittelanteil bewirkt gleichzeitig einen ungünstigeren Sättigungsbeiwert; auch das wird durch die Korrelationsanalyse bestätigt:

$$0,400 > F = 0,304$$

Daraus erklärt sich die höhere Frostempfindlichkeit der Sandsteine mit größerem Zwischenmittelanteil. Und schließlich sind auch Sandsteine mit einem grö-

ßeren Zwischenmittelanteil weniger durchlässig, wodurch sie schwerer austrocknen und zu stauender Nässe und Krustenbildung neigen. Die Synthese der Merkmale führt zu den für den Postaer und Cottaer Sandstein als charakteristisch angesehenen Unterschieden in den Eigenschaften.

4. Verallgemeinerung der statistischen Analysen und ihrer petrophysikalischen Aussagen

Cottaer und Postaer Sandsteine unterscheiden sich in ihren Eigenschaften. Die traditionelle Einteilung des Elbsandsteines in Cottaer und Postaer Sandstein wird durch die Diskriminanzanalyse als richtig ausgewiesen. Während die Verteilungen der einzelnen messbaren Merkmale sich bei den beiden Sandsteinvarietäten zum Teil weit überschneiden, tritt durch das Zusammenwirken mehrerer Merkmale eine saubere Trennung ein (Abschn. 3.3, Tabelle 5). Diese Trennung weist die Diskriminanzanalyse bereits aus, verbindet man Longitudinalwellengeschwindigkeit (v) mit Median (Md) der Korngrößenverteilung und dem Zwischenmittelanteil (Z) oder nur Median (Md) und Kornbindung (B). Merkmale, welche die Festigkeit des Kornverbandes kennzeichnen und Merkmale, die das Korngefüge kennzeichnen, weisen die Sandsteinvarietät aus. Konkreter formuliert: Die Bindung der Sandkörner und das Korngefüge bestimmen die Eigenschaften des Sandsteines.

Welche messbaren Merkmale aus den allgemeinen Prüfprogrammen vermögen die Eigenschaften der beiden Gesteinsvarietäten zu kennzeichnen? Die Messergebnisse für die einzelnen Merkmale sind den beiden Sandsteinvarietäten zugordnet worden, und die Varianzanalyse vergleicht die Verteilungen miteinander (Abschnitt 3.2, Tabellen 2, 3, 4). Merkmale, deren Verteilungen sich signifikant unterscheiden, kann man als kennzeichnend für die Eigenschaften der beiden unterschiedlichen Gesteinsvarietäten ansehen. Die Merkmale ordnen sich zu 4 Gruppen:

1. Die Streuungen der Verteilungen unterscheiden sich nicht signifikant, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant oder wahrscheinlich signifikant:

- Würfeldruckfestigkeit, Kornbindungsfestigkeit, Kohäsion, Reindichte, Wasseraufnahme, Sättigungsbeiwert.

Die Unterschiede in den Verteilungen der Messergebnisse sind für diese Merkmale statistisch gesichert. Die Merkmale sind materialkennzeichnend.

2. Die Streuungen der Verteilungen unterscheiden sich signifikant oder wahrscheinlich signifikant, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant oder wahrscheinlich signifikant, der doppelte t-Test darf nicht befragt werden:

- Spaltzug- und Spaltdruckfestigkeit, kapillarer Anstieg, Permeabilität, Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_2), Median, Zwischenmittel, SiO_2 -Anteil, Al_2O_3 -Anteil, Kornbindung, Kornbindungsgröße, Masseverlust beim Kristallisationsversuch.

Bei diesen Merkmalen sind unterschiedliche Verteilungen bei den beiden Sandsteinvarietäten verständlich, da diese stark vom Materialbestand und vom Gefüge abhängig sind. Die Merkmale sind kennzeichnend oder bedingt kennzeichnend. Da sich die Konfidenzgrenzen um den Mittelwert nicht überschneiden, ist die Relevanz der Merkmale anzuerkennen.

3. Die Streuungen der Verteilungen unterscheiden sich signifikant oder wahrscheinlich signifikant, die Mittelwerte unterscheiden sich nicht signifikant, der doppelte t-Test darf nicht befragt werden:

- Biegezugfestigkeit (ρ_{b2}), Longitudinalwellengeschwindigkeit (v_1), Sortierung.

Die Unterschiede in den Streuungen erklären sich auch bei diesen Merkmalen zwanglos aus ihrer Abhängigkeit von Material und Gefüge. Die Merkmale sind nicht kennzeichnend.

4. Die Streuungen der Verteilungen unterscheiden sich nicht signifikant, die Mittelwerte unterscheiden sich nicht signifikant:

- Biegezugfestigkeit (ρ_{b1}), Porosität, Rohdichte.

Die Messwerte dieser Merkmale liegen so dicht beieinander, dass ihre Unterschiede kaum eine praktische Relevanz haben. Die Merkmale sind nicht kennzeichnend.

Die Gruppen zeigen deutlich an, welche Merkmale sensibel die Eigenschaften der Gesteine ausweisen. Beachtenswert ist, dass Würfeldruckfestigkeit und Sättigungsbeiwert, die Merkmale, die von den Natursteinspezialisten schon immer als wichtigste Kriterien angesehen worden sind, sich auch bei dieser Analyse signifikant hervorheben.

Für die allgemeinen Fragen der Baupraxis ist die Festigkeit und die Verwitterungsbeständigkeit der Sandsteine von Bedeutung. Die Untersuchung zeigt, dass für den Vergleich von Sandsteinen nach ihren technischen

Eigenschaften die einachsige Würfeldruckfestigkeit und der Sättigungsbeiwert gute Möglichkeiten bieten. Das schließt natürlich nicht aus, dass beim praktischen Einsatz der Gesteine alle für die Projektierung erforderlichen Merkmale gemessen werden müssen, und zwar statistisch so abgesichert, dass sie als Rechengrößen die erforderliche Sicherheit garantieren.

Für die Schätzung der statischen Sicherheit lassen sich aus den diskutierten Wertekollektiven für den Elbsandstein Richtwerte ableiten. Es würde sich die untere Konfidenzgrenze um den Mittelwert anbie-

ten (Tab. 2). Hier wird, analog zu dem Fachbereich-Standard „Beton und Leichtbeton, Nachweis der Normwerte der Festigkeit und Rohdichteklassen“ (TGL 33411/ 02, Juni 1979), das untere 5% - Quantil ($x_{5\%}$) nach der normierten Gauß'schen Verteilung für die Richtwerte der Festigkeitsmerkmale empfohlen:

$$x_{5\%} = x - 1,645 \cdot a \quad (\text{für } n \geq 15)$$

Die im Abschnitt 3.2. diskutierten Merkmalkollektive gestatten somit, die nachfolgenden Richtwerte zu berechnen:

| Art des Merkmals | Postaer Sandstein | Cottaer Sandstein |
|--|------------------------|------------------------|
| Druckfestigkeit, trocken, Lasteintrag senkrecht zur Schichtung (σ_{d1}) | 400 kp/cm ² | 200 kp/cm ² |
| Druckfestigkeit, trocken, Lasteintrag parallel zur Schichtung (σ_{d2}) | 300 kp/cm ² | 200 kp/cm ² |
| Druckfestigkeit, wasser-gesättigt, Lasteintrag senkrecht zur Schichtung (σ'_{d1}) | 300 kp/cm ² | 100 kp/cm ² |
| Druckfestigkeit, wasser-gesättigt, Lasteintrag parallel zur Schichtung (σ'_{d2}) | 200 kp/cm ² | 100 kp/cm ² |
| Spaltzugfestigkeit, trocken, Bruchfläche senkrecht zur Schichtung (σ_x) | 20 kp/cm ² | 15 kp/cm ² |
| Biegezugfestigkeit, trocken, Bruchfläche senkrecht zur Schichtung (ρ_{b1}) | 25 kp/cm ² | 25 kp/cm ² |
| Biegezugfestigkeit, trocken, Bruchfläche parallel zur Schichtung (ρ_{b2}) | 20 kp/cm ² | 20 kp/cm ² |
| Trockenrohddichte (ρ_2) | 2,2 g/cm ³ | 2,2 g/cm ³ |

Die Messwerte der Rohddichte zeigen eine geringe Spannweite, und die Verteilungen für Cottaer und Postaer Sandstein unterscheiden sich nicht signifikant. Deshalb kann der gerundete Maximalwert als Richtwert für gerechtfertigt angesehen werden, da er für die meisten Fragestellungen auf der sicheren Seite liegt.

Diese Richtwerte bilden einen Querschnitt durch die Eigenschaften der während der vergangenen Jahrhunderte im Bauwesen eingesetzten Elbsandsteine. Für

moderne Berechnungen gelten natürlich nur die von Prüfstellen gemessenen amtlichen Daten bzw. die sich auf amtliche Daten beziehenden Angaben der heutigen Lieferfirmen.

Auch die Regressionsanalyse weist die Relevanz der Gefügemerkmale für die Festigkeitseigenschaften und die Verwitterungsbeständigkeit aus. Festigkeitsmerkmale bilden gesicherte Regressionen mit Gefügemerkmalen und der Longitudinalwellengeschwindigkeit, und sie lassen sich über die partielle Regression durch die Verbindung von Longitudinalwellengeschwindigkeit mit Gefügemerkmalen ausdrücken. Die Longitudinalwellengeschwindigkeit als Zielgröße lässt sich in Regressionsgleichungen durch Gefüge und Festigkeitsmerkmale ausdrücken. Daraus ergibt sich als Schlussfolgerung, dass beim Einsatz der Mikroseismik als zerstörungsfreies Prüfverfahren in der Natursteinprüfung nicht nur die Mineralzusammensetzung der Gesteine, sondern auch das Gefüge beachtet werden sollte.

Der Kristallisationsversuch simuliert direkt den als „Salzsprennung“ bezeichneten Verwitterungsprozess und indirekt auch die „Frostverwitterung“. In beiden Prozessen erfolgt die Zerstörung durch den sich im Porenraum aufbauenden Kristallisationsdruck. Der „Masseverlust beim Kristallisationsversuch“ ist ein Maß für den Widerstand des Gesteines gegen diese Verwitterungsprozesse – je größer der Masseverlust, desto geringer der Widerstand. In die Regressionsgleichungen gehen die Festigkeitsmerkmale negativ ein, Sättigungsbeiwert und Anteil des Zwischenmittels positiv. Andere Regressionsgleichungen weisen aus: Je größer der Anteil des Zwischenmittels, desto geringer die „kapillare Steighöhe“ und desto geringer die „Permeabilität“. Übertragen auf das Bauwerk heißt das, wird ein Baukörper von seiner Basis her durchfeuchtet, dann steigt das Wasser in seinem Porenraum kapillar auf – um so höher, je weniger Zwischenmittel im Porenraum ihm den Weg versperrt. Das im Normalfall begrenzte Wasservolumen verteilt sich innerhalb des Steines, und bei geringem Zwischenmittelanteil erleichtert die entsprechend hohe Permeabilität die Verdunstung, die sich über einen größeren Bereich der Steinoberfläche verteilt. Bei hohem Zwischenmittelanteil konzentriert sich das Wasserangebot auf einen engen Raum. Der Porenraum wird gesättigt, und die Kristallisationssprengung setzt ein – beim Gefrieren

des Wassers oder auch durch das Auskristallisieren löslicher Salze.

Der Kristallisationsversuch testet das Gestein härter als der Frost-Tau-Wechsel-Versuch, und seine Ergebnisse sind sicherer. Reznak (1965) beobachtete, dass Gesteine, die den Frost-Tau-Wechsel bestanden, in der Praxis der Frostverwitterung erlagen, während Gesteine, die den Kristallisationsversuch mit Natrium- und Magnesiumsulfat bestanden hatten, sich in jedem Falle als frostbeständig erwiesen. Auch eigene Frost-Tau-Wechsel-Versuche an Sandsteinproben erbrachten keine repräsentativen Ergebnisse. (Wie viele Frost-Tau-Wechsel sollte man prüfen, hat doch z.B. Dresden-Strehlen 61 Tage pro Jahr mit Frosttauwechseln im langjährigen Mittel? (Grunert 1977)). Erfahrene Autoren wie Breyer (1970 u. a.) schwören auf den Sättigungsbeiwert: S unter 0,75 bedeutet verwitterungsbeständig, über 0,9 nicht verwitterungsbeständig. Auch die Standards (DIN 52106 Ausg. E 19.64; TGL 24336, Blatt 11, März 1969) beziehen sich auf ihn. Da die Salzsprengung für die Sandsteinverwitterung zumindest ebenso bedeutungsvoll ist wie die Frostverwitterung, sollten für die Sandsteinprüfung die Ergebnisse des Kristallisationsversuches zum kennzeichnenden Merkmal erhoben werden. Schwierig ist die Bewertung der Ergebnisse; auch die DIN 5211 „Kristallisationsversuch“ März 1990 legt sich nicht fest. Zur Abgrenzung der als nicht verwitterungsbeständig anzusehenden Sandsteine kann das 95 % -Quantil der hier vorliegenden Messwerte für den Cottaer Sandstein – $k_r = 1,5 \text{ g/cm}^2$ – benutzt werden. Das bedeutet, Gesteine mit einem höheren Masseverlust als $1,5 \text{ g/cm}^2$ beim Kristallisationsversuch werden als nicht geeignet ausgeschieden. Gesteine, die einen Sättigungsbeiwert von größer als 0,75 und einen Kristallisationsverlust von kleiner als $1,5 \text{ g/cm}^2$ aufweisen, sind unter Beachtung bestimmter Einbaubedingungen verwitterungsbeständig.

Allgemein gelten die aus den Analysen abgeleiteten Aussagen für Quarzsandstein mit kieseliger Kornbindung und unterschiedlichem Anteil von tonigem Zwischenmittel ($Z \approx 1 \dots 22 \text{ Masse - \%}$) im Porenraum. Der Zwischenmittelanteil bestimmt die Eigenschaften dieses Sandsteines. Beim Elbsandstein ermöglichen seine unterschiedlichen Tonanteile den vielseitigen Einsatz, den man schon aus historischer Zeit kennt. Der Postaer

Sandstein mit dem niedrigen Zwischenmittelanteil ($Z \approx 1 \dots 9 \text{ Masse - \%}$) hat eine hohe Bindung, aber besonders hohe Durchlässigkeit. Aus ihm wurden z. B. die Wasserbausteine gemacht, die Jahrhunderte im härtesten Einsatz überdauert haben; sie sind frostbeständig, und hinter ihrem Mauerwerk kann sich kein Wasserdruck ausbilden. Der relativ hohe Zwischenmittelanteil des Cottaer Sandsteines ($Z \approx 6 \dots 22 \text{ Masse - \%}$) bewirkt eine geringere Bindung des Steines. Gute bildhauerische Bearbeitbarkeit, geringe Durchlässigkeit, aber auch geringere Frostbeständigkeit prädestinieren ihn als Skulpturstein. Zwischen beiden steht eine Gruppe von Elbsandsteinen ($Z \approx 6 \dots 15 \text{ Masse - \%}$), die die positiven Eigenschaften in sich vereinigen: gute Bearbeitbarkeit, geringe Durchlässigkeit, Frostbeständigkeit. Das sind die Steine, aus denen früher Brunnenbecken und Tränktröge gemacht worden sind, aus denen Permoser und Ermisch die Skulpturen für den Dresdener Zwinger hauen ließen. Sie sind bekannt unter der Bezeichnung „Kirchleite Sandstein“ und entsprechen dem jetzt lieferbaren „Reinhardtsdorfer Sandstein“.

5. Schlusswort

In den Steinbrüchen der Sächsischen Schweiz sind Sandsteine verschiedenster Eigenschaften abgebaut worden. Die relativ umfangreiche Beprobung ermöglichte, verschiedene Merkmale am gleichen Gestein zu messen und eine Anzahl unterschiedlicher Sandsteine nach dem gleichen Messprogramm zu untersuchen. So entstand ein Zahlenmaterial, das die Sandsteine der Sächsischen Schweiz umfassend charakterisiert, darüber hinaus aber auch vielfältige Vergleiche und Generalisierungen gestattet. Durch traditionelle Prüfverfahren gemessene Merkmale beschreiben die Eigenschaften der Gesteine hinlänglich gut; die von den Steinmetzen getroffene Einteilung des Elbsandsteins in Postaer und Cottaer Sandstein wird – berücksichtigt man mehrere Merkmale – durch die Messungen bestätigt; das durch Beobachtungen erkannte Verhalten der Sandsteine am Bauwerk wird durch messbare Merkmale erklärt. Alle Eigenschaften der Sandsteine liegen in ihrem Gefüge begründet.

Die Sandsteingewinnung und Verarbeitung hat in der Sächsischen Schweiz eine fast 1000-jährige Tradition. Das über die Erfahrung gewonnene Wissen über Eigenschaften und Einsatzmöglichkeiten der Sandsteine konnte durch petrophysikalische Messungen und die komplexe Auswertung der Ergebnisse unteretzt und bestätigt werden.

Die vorliegende Arbeit fasst die klassischen Erkenntnisse über die Eigenschaften des Elbsandsteins zusammen, belegt sie durch neue Messungen und versucht sie theoretisch zu fundieren. Sie gibt damit Grundlagen für Einbaurichtlinien, aber sicher auch für die technische Bewertung von Sandsteinen anderer Vorkommen. Es ist zu erwarten, dass – aber auch zu überprüfen, ob – sich die hier gewonnenen Beobachtungen auch auf Sandsteine anderer Gebiete übertragen lassen.

Während der vergangenen Jahrzehnte ist eine Vielzahl gesteintechnischer Prüfmethoden entwickelt worden, deren Messergebnisse in verschiedener Weise die technischen Eigenschaften der Gesteine beschreiben. Diese Prüfmethoden haben alle ihre Berechtigung, sind doch die meisten der durch sie gemessenen Merkmale Eingangsgrößen für die Berechnung von Natursteinkonstruktionen. Mit dem zahlenmäßigen Anwachsen der Prüfverfahren wird aber gleichzeitig ein Vergleich der Eigenschaften von Gesteinen trotz vorliegender Messergebnisse immer schwerer. Wird eine internationale Vergleichbarkeit der Gesteine auf der Grundlage ihrer technischen Eigenschaften angestrebt, dann sollte ein Minimalprogramm von Bestimmungsmethoden ausgewählt werden, die durch messbare Merkmale Gesteinseigenschaften signifikant kennzeichnen. Dabei sollte man auf solche Merkmale zurückgreifen, deren Messung unkompliziert und leicht reproduzierbar ist. Auswahl und Begründung der Merkmale könnten nach dem aufgezeigten statistischen Prinzip erfolgen.

Danksagung

Die Untersuchungen zu der vorliegenden Arbeit sind in den Jahren 1964 bis 1982 mit zeitlichen Unterbrechungen an der Technischen Universität Dresden durchgeführt worden. Der Leitung der Technischen Universität danke ich neben der Arbeitsmöglichkeit, die sie mir gab, die Bereitstellung der nötigen Forschungsmittel. Der Leitung des damaligen VEB Elbenaturstein danke ich für das rege Interesse, das sie meiner

Arbeit entgegenbrachte und durch technische Unterstützung bei der Probenahme sowie der Anfertigung der Versuchskörper. Ausdrücklichen Dank spreche ich Frau Dr. R. Storm und Herrn Dr. P. Neumann (TU Dresden) aus für die Beratung und aktive Unterstützung bei den statistischen und rechentechnischen Arbeiten sowie der Rechenstelle der TU Dresden für die Ausführung der Rechenarbeiten. Meiner lieben Frau, Diplom-Geologin Brigitte Grunert, danke ich besonders herzlich für aktive Mitarbeit und verständnisvollen Zuspruch. Herrn T. Lewandofski danke ich für die elektronische Bearbeitung von Abbildung 7.

Literatur

- Breyer, H. (1970): Das Wassersättigungsverfahren nach DIN 52113 zur Messung des Frostbeständigkeitsgrades von Gesteinen. – Die Natursteinindustrie, **1970**: 1–6, Offenbach.
- Engelhardt, W. v. (1960): Der Porenraum der Sedimente. – Mineralogie und Petrographie in Einzeldarstellungen. – Berlin (Springer).
- Grunert, S. (1967): Studie über Verfärbungserscheinungen an eingebauten Sandsteinplatten. – Abschlussbericht, Wirtschaftsvertrag Reg. Nr. FE 14/67, TU Dresden, Institut für Mineralogie und Geologie.
- Grunert, S. (1967): Verhütung von Braunfärbung an Sandsteinfassaden. – Neuerervorschlag für VEB Elbenaturstein, TU Dresden, Institut für Mineralogie und Geologie.
- Grunert, S. (1967): Ein Beitrag zur Bewertung von Sandstein für bautechnische Zwecke. – Wiss. Z. Hochsch. Archi. Bauw. Weimar, **18**: 365–368, Weimar
- Grunert, S. (1973): Vergleichende Betrachtungen über den Würfelspalttest. – Informationsblatt der Erzeugnisgruppen Werksteine und Pflaster u. des FUA der Kammer der Technik Nr. 1, April 1973, **8**: 5–6, Großräschen.
- Grunert, S. (1977a): Bericht über einen Langzeitversuch zur Verwitterung von Sandsteinwerksteinen an Bauwerken. – Abh. Staatl. Mus. Mineral. Geol. Dresden, **27**: 63–89, Dresden.
- Grunert, S. (1977b): Versuche zur künstlichen Färbung von Sandstein für die Farbgestaltung an Bauwerken. – Abh. Staatl. Mus. Mineral. Geol. Dresden, **27**: 91–102, Dresden.
- Grunert, S. (1977c): Eine neuartige Apparatur zur Messung der Durchlässigkeit poröser Feststoffe (Permeabilitätsapparatur). – Z. angew. Geol., **23**: 611–617, Berlin.
- Grunert, S. (1978): Petrochemische Untersuchungen an Kreidesandsteinen aus der Elbtalzone. – In: Ullrich, B., Grunert, S.: Beitrag zur Nutzung und Petrochemie von einheimischen silikatischen, mesozoischen und neozoischen Sedimenten. – Freiburger Forsch.-H., **A 583**: 65–104, Leipzig.
- Grunert, S. (1983): Der Sandstein der Sächsischen Schweiz als Naturressource, seine Eigenschaften, seine Gewinnung und Verwendung in Vergangenheit und Gegenwart. – Diss. B

- Technische Universität Dresden, Fakultät Bau-, Wasser- u. Forstwesen, Dresden.
- Grunert, S. (1986): Der Sandstein der Sächsischen Schweiz. – Abh. Staatl. Mus. Mineral. Geol. Dresden, **34**: 1–155, Leipzig.
- Hirschwald, J. (1908): Die Prüfung der natürlichen Gesteine auf Wetterbeständigkeit. – Berlin (Ernst & Sohn).
- Hirschwald, J. (1912): Handbuch der bautechnischen Gesteinsprüfung. – Berlin (Borntträger)
- Jasmund, K. (1955): Die silikatischen Tonminerale. – 2. Aufl.: Weinheim (Verlag Chemie).
- Kertész, P. (1970): Aspect général de l'étude de la résistance des roches aux intempéries. – Extrait des Matériaux et Constructions, **3**: 197–208, Paris.
- Kul'cickij, L. I. & Ta'cenko, Ju. G. (1975): Wlijanie anomal'noj wjazkosti porowych rastworow w mikrokapillarach glin na proces diffuzionnogo peranosa jionow. – Kolloidnyi Zurnal, **XXXVII**: 878–884, Moskwa.
- Marsal, D. (1967): Statistische Methoden für Erdwissenschaftler. – Stuttgart (Schweizerbart).
- Mel'nikova, M. M., Vrevskogo, V. V., Protod-Jakonova, M. M. (1975): Spravocnik (kadaster) fiziceskich svojstv gornych porod. – Moskwa (Nedra).
- Müller, P. H., Neumann, P., Storm, R. (1973): Tafeln der Mathematischen Statistik. – Leipzig (Fachbuchverlag).
- Nollau, V. (1975): Statistische Analysen: mathematische Methoden der Versuchsplanung. – Leipzig (Fachbuchverlag).
- Palotas, L., Halasz, I. (1963): Bewertung verschiedener Festigkeitskennwerte und Untersuchungsmethoden des Betons. – Wiss. Z. Hochsch. Bauw. Leipzig, **9**: 117–125, Leipzig.
- Pettijohn, F. J. (1957): Sedimentary rocks. – 2. Ed.: New York (Harper & Brothers).
- Reznak, L. (1965): Gesteinsprüfung für den Straßenbau in Ungarn. – Der Naturstein im Straßenbau, **11**: 169–183, Bonn.
- Schön, J. (1974): Ein Gesteinsmodell zur Berechnung petrophysikalischer Parameter. – Freiburger Forsch.-H., **C 299**, Leipzig (Grundstoffindustrie).
- Storm, R. (1969): Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle. – 3. Aufl.: Leipzig (Fachbuchverlag).
- Sundara Raja Iyengar, Chrandrashekara, Krischnaswami (1963): On the determination of true tensile strength of concrete. – RILEM Bulletin, **1963**: 39–45, Paris.
- Trask, P. D. (1932): Origin and environment of source sediments of petroleum. – Houston (Gulf Publications).
- Tschesnokow (1973): Kontaktlose Gesteinszerstörung. – Technische Informationen: 1/73, 18–20, Großräschen.
- Walz, K. (1957): Bestimmung der Wasseraufnahme, – In: Graf, O. (Hrsg): Handbuch der Werkstoffprüfung. – Berlin (Springer).
- Weber, E. (1961): Grundriß der biologischen Statistik. – 4. Aufl.: Jena (Gustav Fischer).

Tab. 2: Statistische Auswertung der Messwertverteilungen für die Merkmale (Varianzanalyse). Erläuterung: G = Gesamtverteilung, P = Messwertverteilung des Postaer Sandsteines, C = Messwertverteilung des Cortaer Sandsteines.

Tab. 2: Statistic analysis of the measured value distribution for the characteristics (analysis of variance). Explanation: G = resultant distribution, P = measured value distribution of the Posta sandstone; C = measured value distribution of the Corta sandstone.

| Merkmal | Stichprobe | x_{\max} | x_{\min} | Spannweite | arith. Mittel | Streuung | Standardabweichung | Konfidenzgrenzen ($\alpha=0.05$) | | | Prüfgröße f. d. Normalverteilung | |
|-----------------|------------|------------|------------|------------|---------------|----------|--------------------|------------------------------------|----------------------------|-------|----------------------------------|--------|
| | | | | | | | | für die Mittelwerte | für die Standardabweichung | | | |
| σ_{d1} | G | 774 | 201 | 573 | 478,0 | 16038 | 126,6 | 438,5 | 517,5 | 98,3 | 175,1 | 0,082 |
| | P | 774 | 364 | 410 | 545,4 | 9601 | 98,0 | 504,0 | 587,0 | 70,7 | 154,1 | 0,122 |
| | C | 580 | 201 | 379 | 388,1 | 10718 | 103,5 | 336,6 | 439,6 | 71,4 | 177,9 | 0,139 |
| σ_{d2} | G | 753 | 165 | 588 | 419,5 | 12726 | 112,8 | 384,3 | 454,6 | 87,6 | 156,0 | 0,095 |
| | P | 753 | 270 | 423 | 456,5 | 13377 | 115,6 | 407,7 | 505,3 | 83,4 | 181,9 | 0,141 |
| | C | 508 | 165 | 343 | 370,1 | 8080 | 89,9 | 325,4 | 414,8 | 62,0 | 154,5 | 0,130 |
| σ_{d1}^* | G | 689 | 111 | 578 | 400,9 | 21393 | 146,3 | 355,3 | 446,4 | 113,5 | 202,3 | 0,123 |
| | P | 689 | 229 | 460 | 487,3 | 10251 | 101,2 | 444,6 | 530,1 | 73,0 | 159,2 | 0,112 |
| | C | 516 | 111 | 405 | 285,6 | 13092 | 114,4 | 228,7 | 342,5 | 78,9 | 196,7 | 0,158 |
| σ_{d2}^* | G | 708 | 110 | 598 | 365,4 | 22920 | 151,4 | 318,3 | 412,6 | 117,5 | 209,3 | 0,0701 |
| | P | 708 | 187 | 521 | 444,2 | 18167 | 134,8 | 387,3 | 501,1 | 97,2 | 211,9 | 0,121 |
| | C | 459 | 110 | 349 | 260,4 | 10254 | 101,3 | 210,0 | 310,7 | 69,8 | 174,0 | 0,125 |
| ρ_{b1} | G | 77 | 22 | 55 | 47,1 | 174 | 13,2 | 43,0 | 51,2 | 10,2 | 18,2 | 0,0753 |
| | P | 77 | 22 | 55 | 49,5 | 224 | 15,0 | 39,0 | 55,9 | 10,8 | 23,5 | 0,119 |
| | C | 59 | 26 | 33 | 43,9 | 97 | 9,9 | 39,0 | 48,8 | 6,8 | 17,0 | 0,089 |
| ρ_{b2} | G | 78 | 22 | 56 | 42,0 | 142 | 11,9 | 38,3 | 45,7 | 9,3 | 16,5 | 0,0754 |
| | P | 78 | 22 | 56 | 44,2 | 216 | 14,7 | 38,0 | 50,4 | 10,6 | 23,1 | 0,123 |
| | C | 50 | 30 | 20 | 39,1 | 35 | 5,9 | 36,2 | 42,0 | 4,1 | 10,1 | 0,173 |
| σ_x | G | 44 | 16 | 28 | 26,4 | 39,2 | 6,3 | 24,5 | 28,4 | 4,9 | 8,7 | 0,163 |
| | P | 44 | 20 | 24 | 29,5 | 37,7 | 6,1 | 26,9 | 32,1 | 4,4 | 9,7 | 0,112 |
| | C | 26 | 16 | 10 | 22,3 | 11,5 | 3,4 | 20,6 | 23,9 | 2,3 | 5,8 | 0,244 |
| σ_y | G | 135 | 48 | 87 | 81,1 | 384,7 | 19,6 | 75,0 | 87,2 | 15,2 | 27,1 | 0,179 |
| | P | 135 | 61 | 74 | 90,7 | 379,8 | 19,5 | 82,5 | 99,0 | 14,1 | 30,6 | 0,136 |
| | C | 81 | 48 | 33 | 68,3 | 108,6 | 10,4 | 63,1 | 73,5 | 7,2 | 17,9 | 0,233 |
| ξ_t | G | 146,5 | 51,7 | 94,8 | 84,7 | 400 | 20,0 | 78,5 | 90,9 | 15,5 | 27,7 | 0,153 |
| | P | 146,5 | 54,6 | 91,9 | 92,3 | 427 | 20,7 | 83,6 | 101,1 | 14,9 | 32,5 | 0,133 |
| | C | 109,2 | 51,7 | 57,5 | 74,5 | 195 | 14,0 | 67,6 | 81,5 | 9,6 | 24,0 | 0,180 |
| c | G | 90 | 38 | 52 | 58,3 | 144 | 12,0 | 54,6 | 62,1 | 9,3 | 16,6 | 0,118 |
| | P | 90 | 51 | 39 | 65,3 | 103 | 10,2 | 61,0 | 69,5 | 7,3 | 16,0 | 0,167 |
| | C | 62 | 38 | 24 | 49,1 | 50,3 | 7,1 | 45,6 | 52,6 | 4,9 | 12,2 | 0,173 |
| v_1 | G | 3752 | 2175 | 1577 | 2863,1 | 121896 | 349,1 | 2754,3 | 2971,9 | 271,0 | 482,8 | 0,0702 |
| | P | 3752 | 2175 | 1577 | 2936,3 | 164869 | 406,0 | 2764,8 | 3107,7 | 292,9 | 638,5 | 0,0899 |
| | C | 3087 | 2228 | 859 | 2765,6 | 53299 | 230,9 | 2650,8 | 2880,4 | 159,2 | 396,8 | 0,178 |
| v_2 | G | 3914 | 2182 | 1732 | 2889,0 | 142711 | 377,8 | 2771,2 | 3006,7 | 293,2 | 522,4 | 0,170 |
| | P | 3914 | 2182 | 1732 | 3038,9 | 186370 | 431,7 | 2856,6 | 3221,2 | 311,4 | 678,8 | 0,141 |
| | C | 2902 | 2397 | 505 | 2689,0 | 17932 | 133,9 | 2622,4 | 2755,6 | 92,3 | 230,2 | 0,116 |
| v_k | G | 3804 | 2228 | 1576 | 2898,0 | 98276 | 313,5 | 2800,3 | 2995,7 | 243,3 | 433,5 | 0,0828 |
| | P | 3804 | 2228 | 1576 | 2987,5 | 140338 | 374,6 | 2829,4 | 3145,7 | 270,2 | 589,1 | 0,162 |
| | C | 3032 | 2544 | 488 | 2778,7 | 20752 | 144,1 | 2707,0 | 2850,3 | 99,3 | 247,6 | 0,125 |

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|---|-------|-------|-------|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Md | G | 0,676 | 0,089 | 0,587 | 0,265 | 0,0240 | 0,154 | 0,217 | 0,313 | 0,120 | 0,213 | 0,192 |
| | P | 0,676 | 0,197 | 0,489 | 0,375 | 0,0129 | 0,114 | 0,327 | 0,423 | 0,082 | 0,179 | 0,117 |
| | C | 0,184 | 0,089 | 0,095 | 0,119 | 0,00052 | 0,0228 | 0,108 | 0,131 | 0,0158 | 0,0393 | 0,121 |
| So | G | 1,91 | 1,22 | 0,69 | 1,424 | 0,0180 | 0,134 | 1,38 | 1,47 | 0,104 | 0,185 | 0,110 |
| | P | 1,91 | 1,22 | 0,69 | 1,43 | 0,0264 | 0,62 | 1,36 | 1,50 | 0,117 | 0,255 | 0,200 |
| | C | 1,56 | 1,26 | 0,30 | 1,416 | 0,0075 | 0,087 | 1,37 | 1,46 | 0,060 | 0,149 | 0,111 |
| Z | G | 21,5 | 0,9 | 20,6 | 6,81 | 29,86 | 5,46 | 5,11 | 8,51 | 4,24 | 7,56 | 0,203 |
| | P | 8,5 | 0,9 | 7,6 | 2,93 | 2,54 | 1,59 | 2,26 | 1,15 | 1,15 | 2,51 | 0,307 |
| | C | 21,5 | 6,2 | 15,3 | 11,98 | 18,99 | 4,36 | 9,82 | 14,15 | 3,00 | 7,49 | 0,141 |
| si | G | 98,94 | 90,93 | 8,01 | 96,61 | 4,48 | 2,12 | 95,95 | 97,27 | 1,64 | 2,93 | 0,228 |
| | P | 98,94 | 97,46 | 1,48 | 98,25 | 0,21 | 0,46 | 98,06 | 98,45 | 0,33 | 0,72 | 0,112 |
| | C | 96,16 | 90,93 | 5,23 | 94,46 | 1,60 | 1,27 | 93,78 | 95,04 | 0,87 | 2,18 | 0,203 |
| al | G | 4,82 | 0,42 | 4,40 | 1,97 | 1,402 | 1,184 | 1,60 | 2,33 | 0,92 | 1,64 | 0,159 |
| | P | 1,76 | 0,42 | 1,34 | 1,10 | 0,123 | 0,351 | 0,95 | 1,25 | 0,25 | 0,55 | 0,110 |
| | C | 4,82 | 1,94 | 2,88 | 3,12 | 0,736 | 0,858 | 2,70 | 3,54 | 0,59 | 1,47 | 0,229 |
| B | G | 0,712 | 0,078 | 0,634 | 0,131 | 0,0087 | 0,093 | 0,102 | 0,160 | 0,073 | 0,129 | 0,421 |
| | P | 0,712 | 0,078 | 0,643 | 0,137 | 0,0154 | 0,124 | 0,085 | 0,190 | 0,090 | 0,195 | 0,446 |
| | C | 0,143 | 0,108 | 0,035 | 0,124 | 0,0000795 | 0,0089 | 0,119 | 0,128 | 0,0061 | 0,0153 | 0,146 |
| B _k | G | 0,082 | 0,011 | 0,071 | 0,0296 | 0,000290 | 0,0170 | 0,0243 | 0,0349 | 0,0132 | 0,0236 | 0,146 |
| | P | 0,082 | 0,024 | 0,058 | 0,0409 | 0,000211 | 0,0145 | 0,0346 | 0,0468 | 0,0105 | 0,0228 | 0,177 |
| | C | 0,024 | 0,011 | 0,013 | 0,0148 | 0,0000959 | 0,0031 | 0,0133 | 0,0163 | 0,0021 | 0,0053 | 0,197 |
| K _c | G | 1,575 | 0,005 | 1,570 | 0,371 | 0,185 | 0,431 | 0,237 | 0,545 | 0,334 | 0,595 | 0,246 |
| | P | 0,613 | 0,005 | 0,608 | 0,097 | 0,0189 | 0,137 | 0,039 | 0,155 | 0,099 | 0,216 | 0,256 |
| | C | 1,575 | 0,135 | 1,440 | 0,735 | 0,175 | 0,419 | 0,527 | 0,943 | 0,289 | 0,719 | 0,080 |
| ρ ₁ | G | 2,19 | 1,93 | 0,26 | 2,070 | 0,0032 | 0,056 | 2,053 | 2,088 | 0,044 | 0,078 | 0,132 |
| | P | 2,19 | 1,99 | 0,20 | 2,085 | 0,0028 | 0,052 | 2,062 | 2,107 | 0,038 | 0,083 | 0,132 |
| | C | 2,13 | 1,93 | 0,20 | 2,051 | 0,0031 | 0,056 | 2,023 | 2,079 | 0,038 | 0,096 | 0,210 |
| ρ ₂ | G | 2,68 | 2,63 | 0,05 | 2,659 | 0,000069 | 0,0083 | 2,657 | 2,662 | 0,0065 | 0,0115 | 0,125 |
| | P | 2,68 | 2,65 | 0,03 | 2,662 | 0,000057 | 0,0075 | 2,658 | 2,665 | 0,0054 | 0,0118 | 0,153 |
| | C | 2,67 | 2,63 | 0,04 | 2,656 | 0,000071 | 0,0084 | 2,652 | 2,660 | 0,0058 | 0,0145 | 0,145 |
| P | G | 27,4 | 17,8 | 9,6 | 22,22 | 4,12 | 2,03 | 21,58 | 22,85 | 1,58 | 2,81 | 0,113 |
| | P | 25,1 | 17,8 | 7,3 | 21,78 | 3,44 | 1,86 | 20,99 | 22,56 | 1,34 | 2,92 | 0,110 |
| | C | 27,4 | 19,2 | 8,2 | 22,81 | 4,65 | 2,16 | 21,73 | 23,88 | 1,49 | 3,70 | 0,186 |
| W _m | G | 14,01 | 5,15 | 8,86 | 8,16 | 2,72 | 1,65 | 7,65 | 8,67 | 1,28 | 2,28 | 0,173 |
| | P | 11,22 | 5,15 | 6,07 | 7,61 | 1,87 | 1,37 | 7,03 | 8,19 | 0,99 | 2,15 | 0,155 |
| | C | 14,01 | 7,06 | 6,95 | 8,89 | 3,05 | 1,75 | 8,02 | 9,76 | 1,20 | 3,00 | 0,228 |
| S | G | 0,91 | 0,63 | 0,28 | 0,751 | 0,00517 | 0,072 | 0,729 | 0,774 | 0,056 | 0,099 | 0,0798 |
| | P | 0,89 | 0,63 | 0,26 | 0,729 | 0,00490 | 0,070 | 0,699 | 0,758 | 0,050 | 0,110 | 0,132 |
| | C | 0,91 | 0,67 | 0,24 | 0,78 | 0,00418 | 0,065 | 0,749 | 0,813 | 0,045 | 0,111 | 0,127 |
| h _k | G | 423 | 32 | 391 | 251,0 | 15278 | 123,6 | 212,5 | 289,5 | 95,2 | 170,9 | 0,175 |
| | P | 400 | 159 | 241 | 321,9 | 3317 | 57,6 | 297,6 | 346,2 | 41,5 | 90,6 | 0,137 |
| | C | 423 | 32 | 391 | 156,4 | 15786 | 125,6 | 93,9 | 218,9 | 86,6 | 215,9 | 0,226 |
| K | G | 3110 | 7 | 3103 | 939,5 | 1219681 | 1104 | 595,3 | 1283,6 | 857,1 | 1527,1 | 0,248 |
| | P | 3110 | 135 | 2975 | 1528,7 | 1313417 | 1146 | 1044,8 | 2012,6 | 826,6 | 1802,1 | 0,239 |
| | C | 565 | 7 | 558 | 153,8 | 20816 | 144 | 82,0 | 2225,5 | 99,5 | 248,0 | 0,221 |

Tab. 3: Legende zu den Tabellen 2 und 4. Tafelwerte für den Kolmogorov-Test, Schranken der statistischen Prüfgrößen des „doppelten t-Testes“ und des „F-Testes“ (Müller et al. 1973, Marsal 1967).

Tab. 3: Legend for Tables 2 and 3. Tabular values for the Kolmogorov test, boundaries of test statistics of the ‚double t-test‘ and the ‚F-test‘ (Müller et al. 1973, Marsal 1967).

| Bezeichnung der Stichproben | | | |
|---|--------------------------|--|-----------------|
| G = Gesamtstichprobe, P = Stichprobe „Postaer Sandstein“, C = Stichprobe „Cottaer Sandstein“ | | | |
| Prüfung auf Normalverteilung (Kolmogorov-Test): | | | |
| Stichproben | Umfang | Tafelwert | |
| G | 42 | 0,20985 | |
| P | 24 | 0,27548 | |
| C | 18 | 0,32056 | |
| Prüfung der Mittelwerte (doppelter t-Test): | | | |
| Stichproben | Freiheitsgrade | Schranken für | |
| | | $\alpha = 0,05$ | $\alpha = 0,01$ |
| P - C | 40 | 2,02 | 2,70 |
| Prüfung der Streuung (F-Test) | | | |
| Stichproben | Freiheitsgrade | Schranken $F_{m_1, m_2; 1-\alpha/2}$ für | |
| | | $\alpha = 0,05$ | $\alpha = 0,01$ |
| P - C | $m_1 = 23$ $m_2 = 17$ | 2,57 | 3,54 |
| Kennzeichnung der Signifikanz: ws = wahrscheinlich signifikant, s = signifikant, (s) = darf nicht befragt werden. | | | |

Tab. 4: Varianzanalyse. Prüfgrößen für den Signifikanztest zum Vergleich der Streuungen (F) und der arithmetischen Mittel (t) von den Messwertverteilungen der Merkmale von Postaer und Cottaer Sandstein..

Tab. 4: Analysis of variance. Test statistics for the significance test to compare dispersions (F) and the arithmetic means (t) of the measured value distributions of the characteristics of Posta and Cotta sandstones.

| Merkmal | Vergleich P – C | | | |
|-----------------|-----------------|----|----------------------|------|
| | Streuungen | | arithmetische Mittel | |
| | \hat{F} | T | \hat{t} | T |
| σ_{d1} | 1,116 | – | 5,026 | s |
| σ_{d2} | 1,656 | – | 2,627 | ws |
| σ_{d1}^c | 1,277 | – | 6,043 | s |
| σ_{d2}^c | 1,772 | – | 4,845 | s |
| ρ_{b1} | 2,287 | – | 1,377 | – |
| ρ_{b2} | 6,218 | s | 1,387 | (-) |
| P | 1,348 | – | -1,661 | – |
| σ_x | 3,274 | ws | 4,480 | (s) |
| σ_y | 3,496 | ws | 4,417 | (s) |
| ρ_1 | 1,126 | – | 2,015 | – |
| ρ_2 | 1,257 | – | 2,425 | ws |
| W_m | 1,632 | – | -2,666 | ws |
| S | 1,173 | – | -2,413 | ws |
| h_k | 4,759 | s | 5,718 | (s) |
| K | 63,09 | s | 5,045 | (s) |
| ξ_r | 2,185 | – | 3,150 | s |
| c | 2,053 | – | 5,787 | s |
| v_1 | 3,093 | ws | 1,597 | – |
| v_2 | 10,39 | s | 2,621 | (ws) |
| v_k | 6,763 | s | 2,238 | (ws) |
| Md | 24,76 | s | 9,394 | (s) |
| So | 3,520 | ws | 0,331 | (-) |
| ζ | 7,472 | s | -9,401 | (s) |
| si | 7,638 | s | 13,583 | (s) |
| al | 5,983 | s | -10,461 | (s) |
| B | 194,2 | s | 0,442 | (s) |
| B_k | 21,96 | s | 7,475 | (s) |
| K_r | 9,275 | s | -7,008 | (s) |

Tab. 5: Diskriminanzanalyse zur Trennung von Postaer und Cottaer Sandstein: Gruppierung der Proben nach den Funktionswerten der Trennfunktion (14 Merkmale).

Tab. 5: Discriminatory analysis to distinguish between Posta and Cotta sandstone: grouping the samples according to functional values of the discriminant function (14 features).

| D(ξ) | Proben | |
|---------|-------------------------------------|-------------------|
| 525–530 | 15/1, 21 | |
| 530–535 | XVII, A, 12/2, Co, 22 | |
| 535–540 | 14, 15, 16, B, 13/1 | Cottaer Sandstein |
| 540–545 | 10/1, 12/1, 16/1 | |
| 545–550 | XI, 12, C | |
| 550–555 | | |
| 555–557 | | |
| 557–560 | | |
| 560–565 | | |
| 565–570 | 7/1, 13/2, 14/1, 14/2 | |
| 570–575 | 3, II, III, V, 6/3, 11/1 | |
| 575–580 | 1, IV, 6/1, 6/4, 9/1, 15/2, 17/1, H | Postaer Sandstein |
| 580–585 | 7/2, 8/1, 9/2 | |
| 585–590 | 2, 6/2, 8/2 | |